

Construire le nombre au
cycle 2

Estimer des grandeurs

Plan de l'intervention

- L'esprit, les enjeux des programmes du cycle 2
- Quelques aspects de la construction du nombre, chez le tout-petit, apports des neuro-sciences
- Le nombre à l'école maternelle
- La construction du nombre et des grandeurs au cycle 2
- Le concept d'estimation

Les mathématiques au cycle 2 – l'esprit des programmes

Au Cycle 2, on ne cesse d'articuler le concret et l'abstrait.

Observer et agir sur le réel, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation, qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations), ou symbolique abstraite (nombres, concepts).

Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens.

Les enjeux d'enseignement des mathématiques

	Cycle 2
Généralités	<p>Six compétences majeures en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer</p> <p>La résolution de problème est au centre de l'activité mathématique, développant les capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes doivent être ancrés dans le réel, certains peuvent être proposés pour apprendre à chercher.</p> <p>Leur résolution permet l'introduction progressive de formes conventionnelles.</p> <p>Les situations d'action permettent de donner du sens aux apprentissages.</p> <p>Importance des stratégies explicites</p>
Nombres et calculs	<p>Construction et connaissance du nombre et du calcul, en appui sur la résolution de problèmes. Ceux-ci portent d'abord sur des objets, puis sur des situations plus abstraites. Le concept d'estimation est à travailler avec les élèves, pour poursuivre la construction du concept de nombre amorcé à l'école maternelle. Etude des relations internes aux nombres.</p> <p>En calcul, privilégier le calcul mental, le calcul réfléchi et le calcul en ligne au calcul posé. Les nombres inférieurs à 1000 sont le fondement de la numération décimale, ils doivent donc être particulièrement travaillés (jusque 10000 au CE2).</p> <p>La division euclidienne à un chiffre est abordée au CE2, mais pas la technique opératoire</p>

Les enjeux d'enseignement des mathématiques

	Cycle 2
Grandeurs et mesures	<p>Comparaison d'objets pour l'appropriation de propriétés et d'un lexique</p> <p>Notion d'unité fondamentale</p> <p>Problèmes liés à des situations vécues qui permettent de réinvestir et transférer des compétences sur les nombres et les calculs</p> <p>Rôle de l'estimation des grandeurs et des mesures pour donner du sens</p> <p>Durées en lien avec se situer dans le temps</p>
Espace et géométrie	<p>Apprendre à se repérer et à se déplacer dans l'espace, à partir de situations concrètes en lien avec d'autres enseignements et de problèmes.</p> <p>Localiser des objets, décrire ou produire des déplacements. Développement progressif, en fonction des besoins, de représentations symboliques pour que l'espace soit mis en relation avec des représentations géométriques.</p> <p>Connaissance de solides à partir de manipulations et de fabrications</p> <p>Reproduction de figures pour amener à la géométrie plane.</p> <p>Symétrie axiale</p> <p>Importance du langage mathématique : vocabulaire précis</p>

Quelques aspects de la construction du nombre chez les tout-petits

Extrait d'un entretien de Michel FAYOL, 2012

- Les recherches effectuées ces vingt dernières années montrent que les êtres humains viennent probablement au monde avec une capacité de **traitement des quantités**. Ce traitement pourrait s'effectuer de deux manières différentes : une **identification** des petites quantités (1, 2 et 3) ainsi qu'une possibilité de **différencier** de grandes quantités (8 et 16) en fonction de leur rapport (de un sur deux).
- Pour autant, un certain nombre d'enfants rencontrent des difficultés importantes au cours des apprentissages arithmétiques. L'hypothèse actuelle est que les difficultés sont soulevées non pas par le traitement des quantités mais par l'acquisition des systèmes symboliques qui, seuls, permettent une manipulation précise des quantités qui ouvre la voie aux mathématiques.

Apport des neuro-sciences – Stanislas Dehaene, Véronique Izard

- Nous possédons dès la naissance la faculté de percevoir le sens des nombres et d'avoir une impression immédiate des quantités (caractère inné)
 - En présentant à des bébés de moins de 3 mois une succession d'images représentant une certaine quantité d'objets (4 canards, 8 canards), on enregistre une modification de l'activité cérébrale, attestant la perception intuitive des différences de quantités
 - Une autre expérience, sur des nourrissons : en faisant entendre une répétition de syllabes puis en montrant une image illustrant une quantité d'objets correspondant ou non au nombre de syllabes énoncées, les nouveaux nés fixent beaucoup plus longtemps les images lorsque les quantités correspondent
- L'intuition numérique est universelle : on la retrouve dans certaines sociétés humaines dans lesquelles il n'y a pas d'enseignement des mathématiques, ou de mots pour exprimer des quantités

Apparition du langage et construction du nombre

- Le nombre permet d'exprimer toute quantité avec précision
- Il permet aussi de garder en mémoire une quantité
- Attention cependant : la récitation de la suite des nombre ne garantit pas, chez un grand nombre d'enfants, la mise en relation avec la valeur cardinale.
- Des difficultés, précoces, liées à l'irrégularité du système français

En maternelle, dans les nouveaux programmes

Construire le nombre pour exprimer les quantités

Un nouveau domaine d'apprentissage : Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

- Construire le nombre pour exprimer les quantités
 - D'abord **l'estimation** (plus, moins, pareil, beaucoup, pas)
 - De l'apparence à la prise en compte des quantités
 - Comprendre le principe **d'abstraction**
 - Ne pas oublier décompositions et compositions
 - **Progressivité**: les trois années peuvent être insuffisantes

Au cycle 2, nombre et calculs. Un enjeu premier, la poursuite de la construction du nombre

- La connaissance des nombres et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs.
- **Des résolutions de problèmes contextualisés** : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division).
- **L'étude de relations internes aux nombres** : comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite (+1, +10, +n), etc.
- **L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites** : nom du nombre ; écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ; *double de, moitié de, somme de, produit de ; différence de, quotient et reste de* ; écritures en ligne additives/soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération, etc.
- **L'appropriation de stratégies de calcul** adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.

Le domaine grandeurs et mesures est renforcé

- Les élèves sont amenés à comparer des objets ou des phénomènes en utilisant des nombres. À travers des activités de comparaison, ils apprennent à distinguer différents types de grandeurs et à utiliser le lexique approprié : longueurs (et repérage sur une droite), masses, contenance (et volume contenu), durées (et repérage dans le temps), prix. La comparaison de grandeurs peut être directe, d'objet à objet (juxtaposer deux baguettes), nécessiter la comparaison à un objet intermédiaire (utiliser un troisième récipient pour déterminer laquelle de deux bouteilles a la plus grande contenance) ou à plusieurs objets de même grandeur (mettre bout à bout plusieurs baguettes identiques pour comparer les longueurs de deux lignes tracées au sol). Elle peut également reposer sur la comparaison de mesures des grandeurs.
 - Estimer les ordres de grandeur de quelques longueurs, masses et contenances en relation avec les unités métriques.
 - Vérifier éventuellement avec un instrument.
 - Ordres de grandeur des unités usuelles en les associant à quelques objets familiers.
 - Rapports très simples de longueurs (double et moitié).
 - Exemples de situations : à vue ou par manipulation, proposer une estimation de la mesure d'une grandeur attachée à un objet, avant confrontation avec d'autres approches.

L'estimation dans les nouveaux programmes

Constat : toujours la même chose !

- Calculer de manière exacte ou approchée
- Parvenir à un ordre de grandeur du résultat
- Contrôler la vraisemblance du résultat

Mais du nouveau aussi :

- Le nombre est traité et même défini comme une grandeur
- Les activités de grandeurs et mesures sont mises en avant

Les opérations

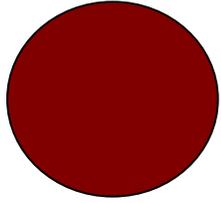
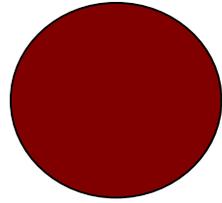
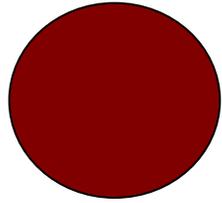
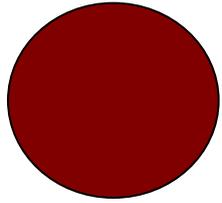
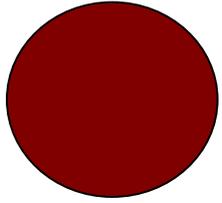
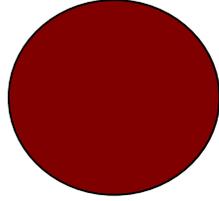
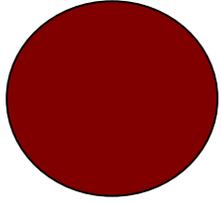
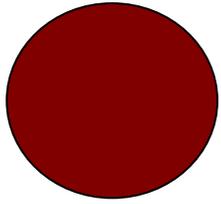
- Travailler d'abord l'estimation et l'ordre de grandeur (analogie avec les grandeurs et mesures)
- Différer au maximum les techniques opératoires (contre productives, voire nocives), stopper les algorithmes pour établir le sens du nombre grâce aux relations mentales (équilibre à redonner au calcul mental et au calcul réfléchi)

Des exemples d'activité

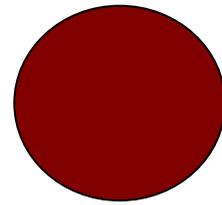
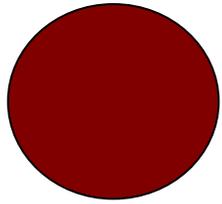
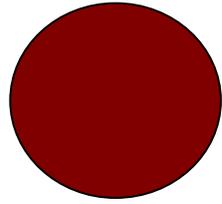
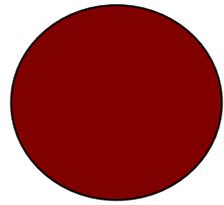
Activité à faire au vidéoprojecteur ou au TNI

**Exemple issu de la proposition
Arithmétique et compréhension à l'école
élémentaire ACE de l'ESPE de Bretagne**

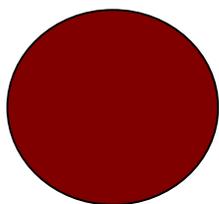
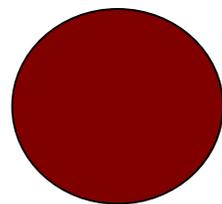
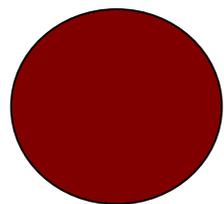
**Estimation jusqu'à 12
Avec règle de réponse graduée**

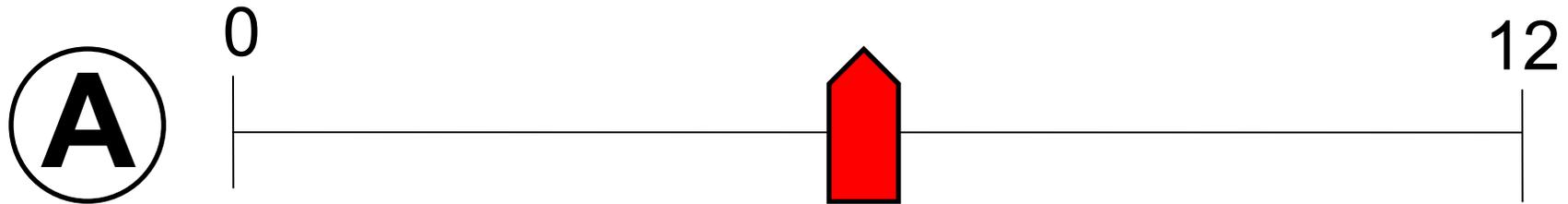


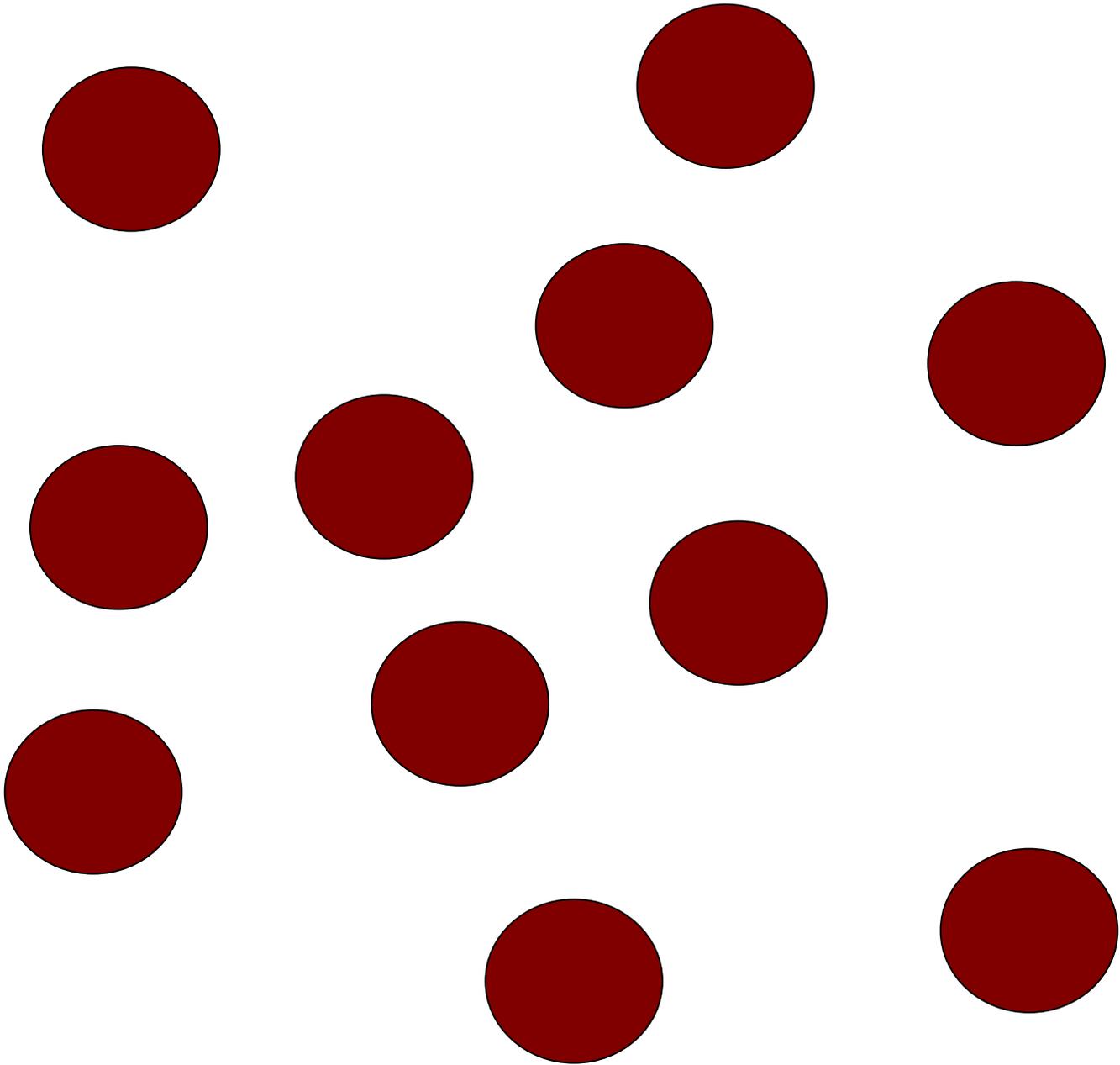


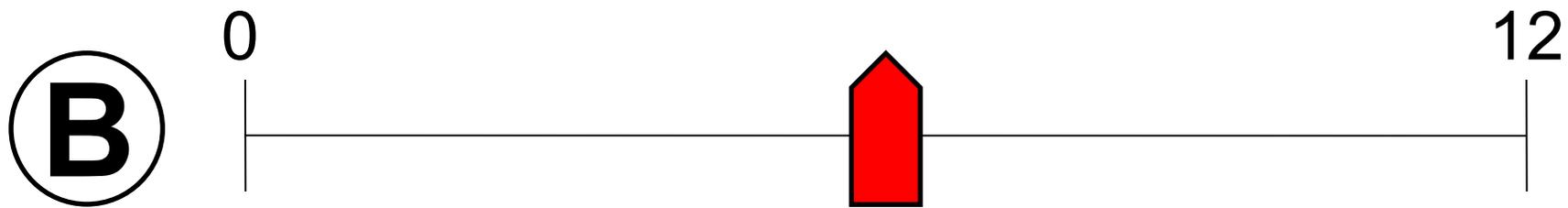












Le rôle de l'estimation dans les apprentissages arithmétiques

Quelques précisions de vocabulaire :

- *Estimation* : un processus
- *Approximation* : un résultat
- *Arrondir* : une technique

Pourquoi demander aux élèves d'estimer et de donner une approximation ?

Au moins 3 raisons :

- L'estimation et le calcul approché permettent d'anticiper le résultat attendu ou de vérifier un résultat calculé...

On devrait apprendre aux élèves à toujours estimer le résultat recherché

- Dans la plupart des problèmes, l'estimation est suffisante. Le calcul exact est trop coûteux et source d'erreurs...

On devrait apprendre aux élèves le rôle et l'importance de l'estimation

L'estimation est indispensable à l'aisance en calcul mental :

Les faits arithmétiques

Les procédures de calcul

Estimation de calcul

L'aisance à manier les faits arithmétiques et les stratégies de calcul mental sont essentielles à l'estimation. Et inversement !

Une pratique continue en estimation de calcul est indispensable

L'estimation de calcul est une activité mentale qui nécessite donc une pratique régulière accompagnée du **partage de stratégies**.
Dans les programmes : calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur

Stratégie	Exemples	
Arrondir à la dizaine ou à la centaine supérieure ou inférieure	$12 \rightarrow 10$ $18 \rightarrow 20$ $12+21 \rightarrow 10+20$ $138+29 \rightarrow 140+30$ $254+148 \rightarrow 300+100$ $36+58 \rightarrow$ un peu plus que $30+60$	$112 \rightarrow 110$ $148 \rightarrow 150$ $18-9 \rightarrow 20-10$ $58-19 \rightarrow 60-20$ $288-123 \rightarrow 300-100$ $83-36 \rightarrow$ presque $80-30$
Revenir à « cinq » ou à un multiple de « cinq », ou déplacer « cinq »*	$7 \rightarrow 5$ $17 \rightarrow 15$ $45+67 \rightarrow 50+60^*$	$22+14 \rightarrow 30 +$ environ 5 $52+15 \rightarrow$ presque $50+15$ $264-25 \rightarrow$ presque $270-20^*$
Arrondir un opérande et augmenter ou diminuer en fonction du second opérande et de l'opération	$28+5 \rightarrow$ un peu + de 30 $69+8 \rightarrow$ un peu + de 70 $368+17 \rightarrow$ un peu – de 400 $45+48 \rightarrow$ un peu – de 100	$32-5 \rightarrow$ un peu – de 30 $179-5 \rightarrow$ un peu + de 170 $152-112 \rightarrow$ un peu – de 50 $825-3 \rightarrow$ un peu + de 820
Exploiter les doubles	$16+17 \rightarrow$ environ $15+15$ $242+262 \rightarrow$ environ $250+250$	$32-15 \rightarrow 15+15-15 \rightarrow 15$ $220-112 \rightarrow$ un peu + de 112
Ajustement par la « gauche » avec ou sans estimation vers la droite	$78+25 \rightarrow 70+20+$ environ 10 $435+256 \rightarrow 400+200$ et un peu + de 80	$56-18 \rightarrow 50-10$ $378-124 \rightarrow 300-100$ et un peu – de 70