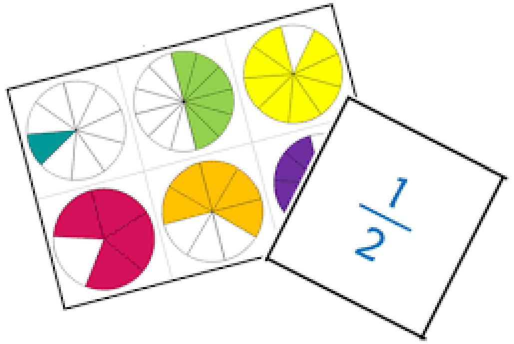


Fractions décimaux

Cycle 3

M. Juda CPC, C. Chaussoy EMF Oct-Nov 2020

Organisation de la matinée

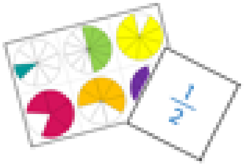
- Activité de groupe autour des manuels de mathématiques
- Apports théoriques et didactiques
- Présentation d’une situation de référence : La course aux dixièmes

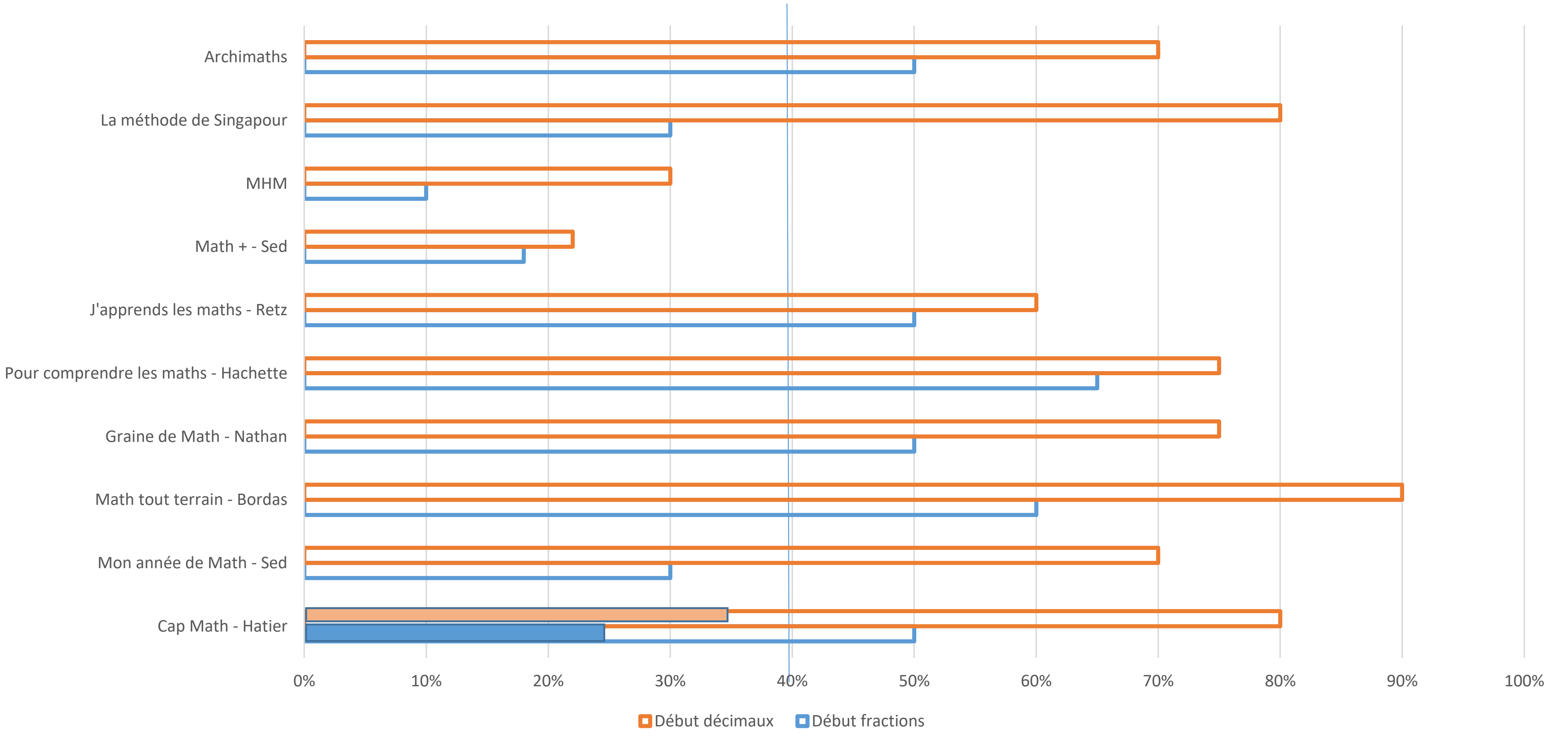
Activité de groupe autour des manuels

-> 5 groupes de 3-4 enseignants

<u>Consigne</u> : remplir la grille d'analyse à partir des critères suivants :

- moment de l'année où sont abordées les fractions
- programmation des notions de décimaux, fractions décimales, fractions simples sur l'année
- écart dans le temps entre la découverte des fractions et des décimaux

	Manuel 1 :	Manuel 2 :	Les pratiques du groupe : (noms) ....
Moment de l'année où sont abordées les fractions *(ex : fin P2)*			
Ordre de programmation annuelle des notions : décimaux, fractions simples, fractions décimales *(ex : 1) Fractions simples et décimaux 2) fractions décimales)*			
Temps d'écart entre la découverte des fractions et des décimaux *(ex : 3 périodes d'écart)*			

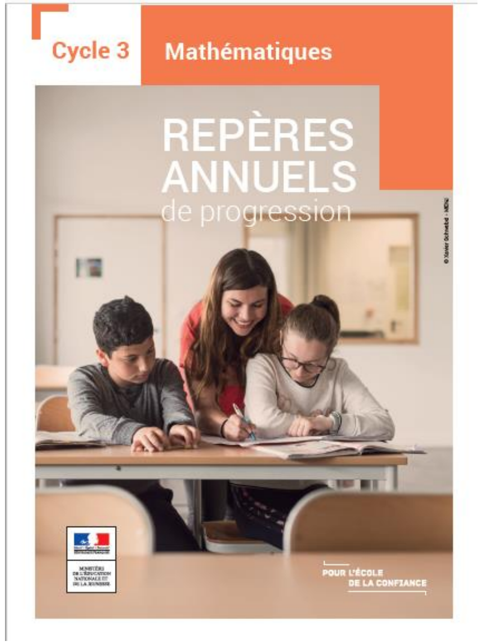


Répartition des séances « Fractions et décimaux » sur l'année de CM1

Mise en commun

<u>D'après les textes officiels</u>

- ✓ Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux.
- ✓ Les nombres décimaux et les fractions sont abordés dès les deux premières périodes de l'année scolaire de CM1 (Circulaire rentrée 2019) et vite intégrés au calcul mental.
- ✓ S'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites
- ✓ Reprise des décimaux et de l'écriture à virgule dès la période 1 du CM2.
- ✓ Introduction progressive tout au long du cycle des différentes techniques opératoires en s'appuyant sur le sens (ce que représente chaque chiffre dans le nombre)
- ✓ Le repérage sur une demi-droite graduée est une forme de représentation qui participe à la compréhension des différentes notions travaillées. Le recours à d'éventuelles zooms successifs permet de travailler l'intercalation entre décimaux et de déterminer la position d'un nombre sur la demi-droite graduée avec plus de précisions



Fractions		
Dès la **période 1** les élèves utilisent d'abord les fractions simples (comme $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs. Ils travaillent des fractions inférieures et des fractions supérieures à 1. Dès la **période 2**, les fractions décimales sont régulièrement mobilisées : elles acquièrent le statut de nombre et sont positionnées sur une droite graduée. Les élèves comparent des fractions de même dénominateur. Ils ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. Ils apprennent à écrire des fractions décimales sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.	Dès la **période 1,** dans la continuité du CM1, les élèves étendent le registre des fractions qu'ils manipulent (en particulier $\frac{1}{1000}$) ; ils apprennent à écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.	En **période** opérateurs fractions c décimaux longueurs) décimales En **période** de même (privilégian un cinquiè En **période** nombre qu quotient d

Nombres décimaux		
Tout au long du cycle, les désignations orale et écrite des nombres décimaux basées sur les unités de numération contribuent à l'acquisition du sens des nombres décimaux (par exemple pour 3,12 : « trois unités et douze centièmes » ou « trois unités, un dixième et deux centièmes » ou « trois cent douze centièmes »).		
À partir de la **période 2**, les élèves apprennent à utiliser les nombres décimaux ayant au plus deux décimales en veillant à mettre en relation fractions décimales et écritures à virgule (ex : $3{,}12 = 3 + \frac{12}{100}$). Ils connaissent des écritures décimales de fractions simples ($\frac{1}{2} = 0{,}5 = \frac{5}{10}$; $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$; la moitié d'un entier sur des petits nombres).	Dès la **période 1**, les élèves rencontrent et utilisent des nombres décimaux ayant une, deux ou trois décimales. Ils connaissent des écritures décimales de fractions simples ($\frac{1}{5} = 0{,}2 = \frac{2}{10}$; $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75$; la moitié d'un entier).	Dès la **période 1**, dans le prolongement des acquis du CM, on travaille sur les décimaux jusqu'à trois décimales. La quatrième décimale sera introduite en **période 2** au travers des diverses activités.

Introduction de l’écriture à virgule :

- ✓ Introduire successivement les fractions, les fractions décimales et l’écriture à virgule des nombres décimaux.

- ✓ Introduire au plus tard en période 3 de CM1 l’écriture à virgule des décimaux.

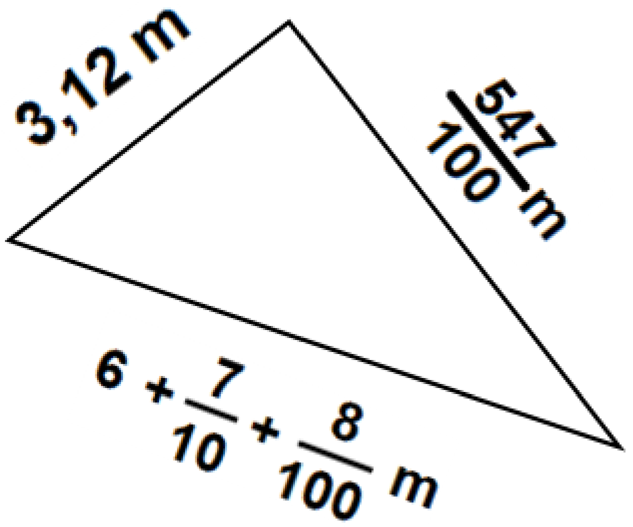
- ✓ L’écriture à virgule ne remplace pas l’écriture sous forme de fractions décimales, les deux écritures continuent d’être utilisées tout au long du cycle 3.

- ✓ Une fois les décimaux introduits, aucune période sans nombres décimaux (dans le cadre du calcul mental, de la résolution de problèmes, du calcul, des mesures de grandeurs, etc.).

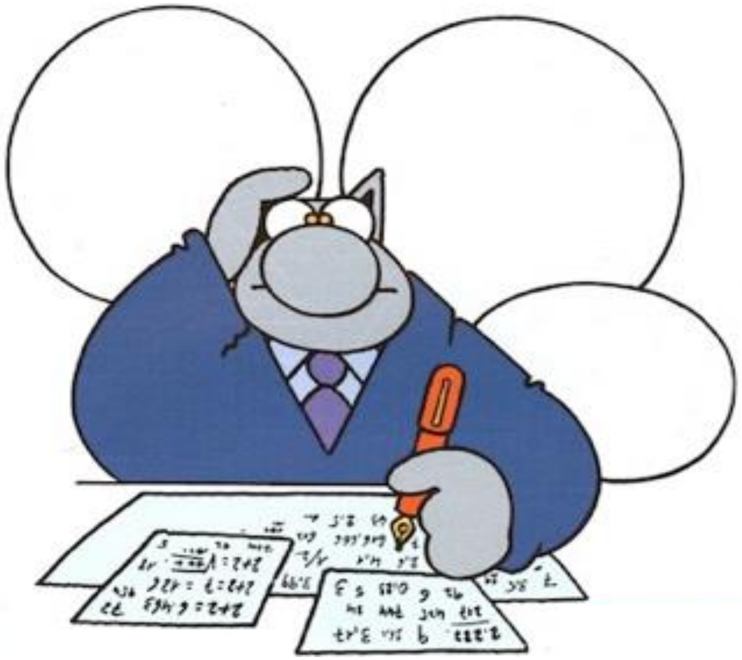
Les différentes écritures des décimaux

- ✓ Travailler tout au long du cycle avec les différentes écritures possibles pour les nombres décimaux

Quel est le périmètre de ce triangle ?



Apports théoriques et didactiques



1. Quizz… qu’est ce qu’un nombre décimal ?

4 questions

1) Triez rapidement les nombres suivants

DECIMAUX	NON-DECIMAUX

$$2 \qquad \frac{3}{5} \qquad \frac{2}{3} \qquad \frac{13}{100}$$

2) Parmi ces 8 propositions, quelle ligne est correcte ?

	Décimaux	Non décimaux
Ⓐ	$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$	
Ⓑ	$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{13}{100}$	$\frac{2}{3}$
Ⓒ	$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$	2
Ⓓ	$2 \quad \frac{3}{5}$	$\frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$
Ⓔ	$2 \quad \frac{13}{100}$	$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3}$
Ⓕ	2	$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$
Ⓖ	$\frac{13}{100}$	$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3}$
Ⓗ		$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$

3) Le document ci-dessous est affiché en classe. Que peut-on en dire ?

(1 seule réponse)

Partie entière			Partie décimale		
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
	3	7 ,	6	1	8

37,618

Partie entière — **Partie décimale**

Un **nombre décimal** est composé d'**une partie entière** et d'**une partie décimale** séparées par **une virgule**

Ⓐ L'utilisation des couleurs est intéressante, car elle aide les élèves à bien repérer les différents éléments du nombre décimal.

Ⓑ L'utilisation des couleurs bleue et verte pour repérer la partie entière et la partie décimale est intéressante à condition de l'utiliser tout au long du cycle afin de permettre aux élèves de garder les mêmes repères.

Ⓒ Ce qui est écrit est mathématiquement faux et renforce une conception erronée de l'écriture à virgule des nombres décimaux.

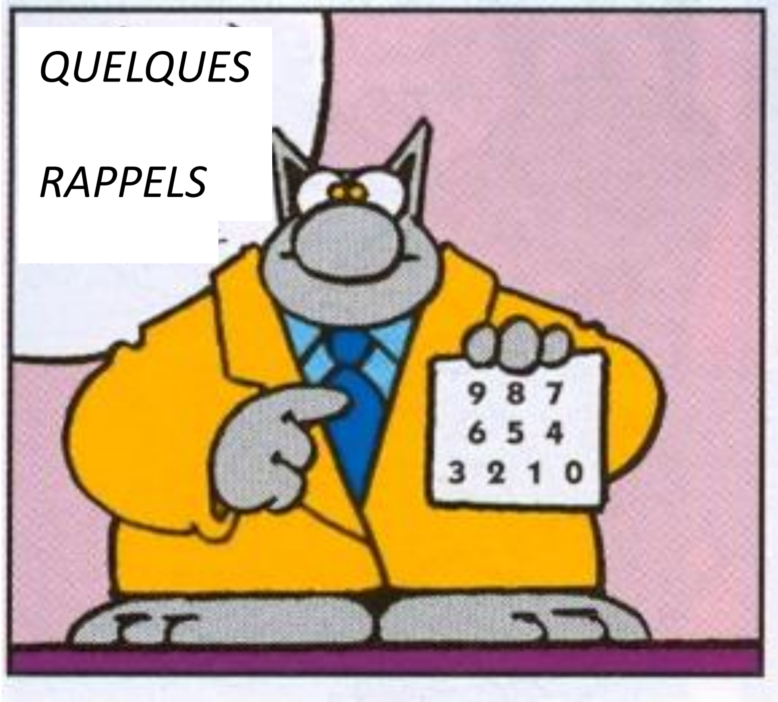
4) Parmi les trois affirmations ci-dessous, laquelle ou lesquelles vous semblent acceptables ?

Ⓐ Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

Ⓑ Un nombre décimal est un nombre avec une virgule.

Ⓒ Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

2. Qu’est ce qu’un nombre décimal ?



Qu’est ce qu’un nombre décimal ?

Question 4

✘ Un nombre qui s’écrit avec une virgule

- Non
- 2 ; 5/2 ; 7/10 sont des nombres décimaux et pourtant ils s’écrivent sans virgule.

✓ Un nombre qui peut s’écrire sous forme d’une fraction décimale (un nombre entier au numérateur et une puissance de 10 au dénominateur).

- 7,18 est un nombre décimal car il peut s’écrire $\frac{718}{100}$
- $\frac{57}{25}$ est un nombre décimal car il peut s’écrire $\frac{228}{100}$
- $\frac{1}{3}$ n’est pas un nombre décimal

Parmi ces 8 propositions, quelle ligne est correcte ?

	Décimaux	Non décimaux
A	$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$	
B	$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{13}{100}$	$\frac{2}{3}$
C	$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$	2
D	$2 \quad \frac{3}{5}$	$\frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$
E	$2 \quad \frac{13}{100}$	$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3}$
F	2	$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$
G	$\frac{13}{100}$	$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3}$
H		$2 \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{13}{100}$

Question 2

Qu’est ce qu’un nombre décimal ?

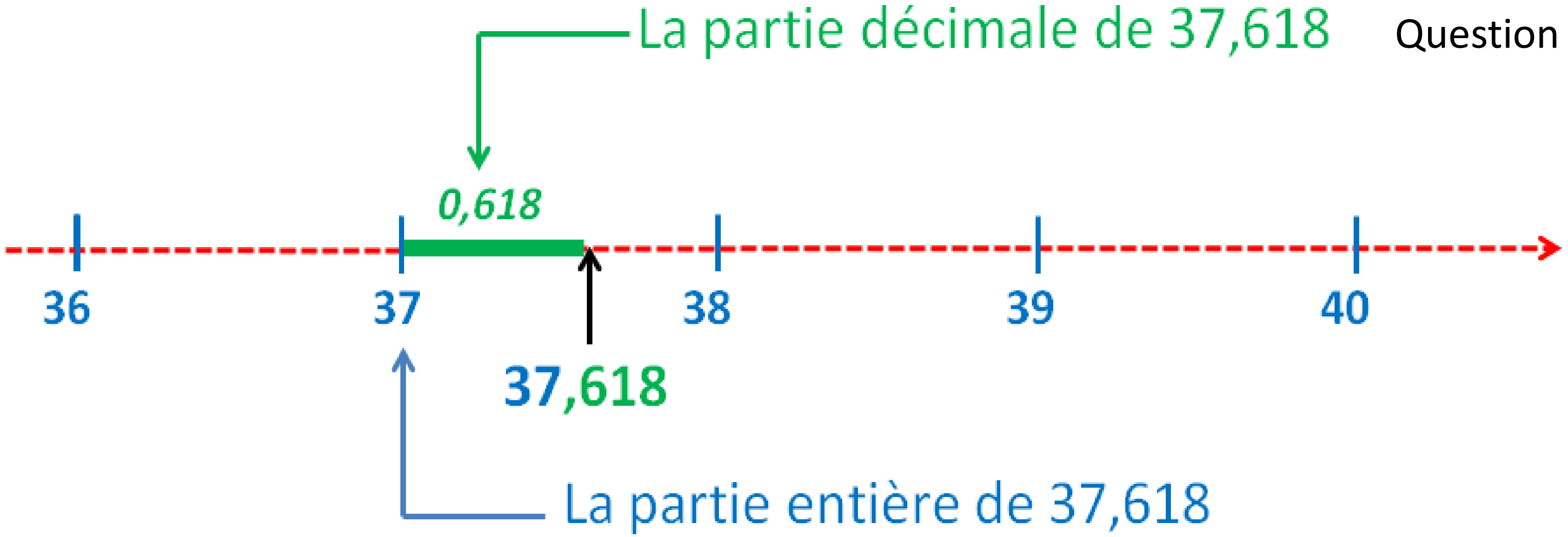
Question 4

- Un nombre qui peut s’écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
  - $\frac{57}{25}$ est un nombre décimal car il peut s’écrire 2,28
  - $\frac{1}{3}$ n’est pas un nombre décimal, son écriture à virgule (elle est unique) 0,3333… ne s’arrête jamais

Qu’est ce que la partie décimale ?

Question 3

✘ « C’est ce qu’il y a après la virgule »



✓ « C’est ce qui reste quand on a retiré la partie entière »

37,618 – 37 = 0,618

Le document ci-dessous est affiché en classe. Que peut-on en dire ?

(1 seule réponse)

Question 3

Partie entière			Partie décimale		
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
	3	7 ,	6	1	8

37,618

Partie entière

Partie décimale

Un **nombre décimal** est composé d'**une partie entière** et d'**une partie décimale** séparées par **une virgule**

Ⓐ L'utilisation des couleurs est intéressante, car elle aide les élèves à bien repérer les différents éléments du nombre décimal.

Ⓑ L'utilisation des couleurs bleue et verte pour repérer la partie entière et la partie décimale est intéressante à condition de l'utiliser tout au long du cycle afin de permettre aux élèves de garder les mêmes repères.

Ⓒ Ce qui est écrit est mathématiquement faux et renforce une conception erronée de l'écriture à virgule des nombres décimaux.

Qu'est ce que la partie décimale ?

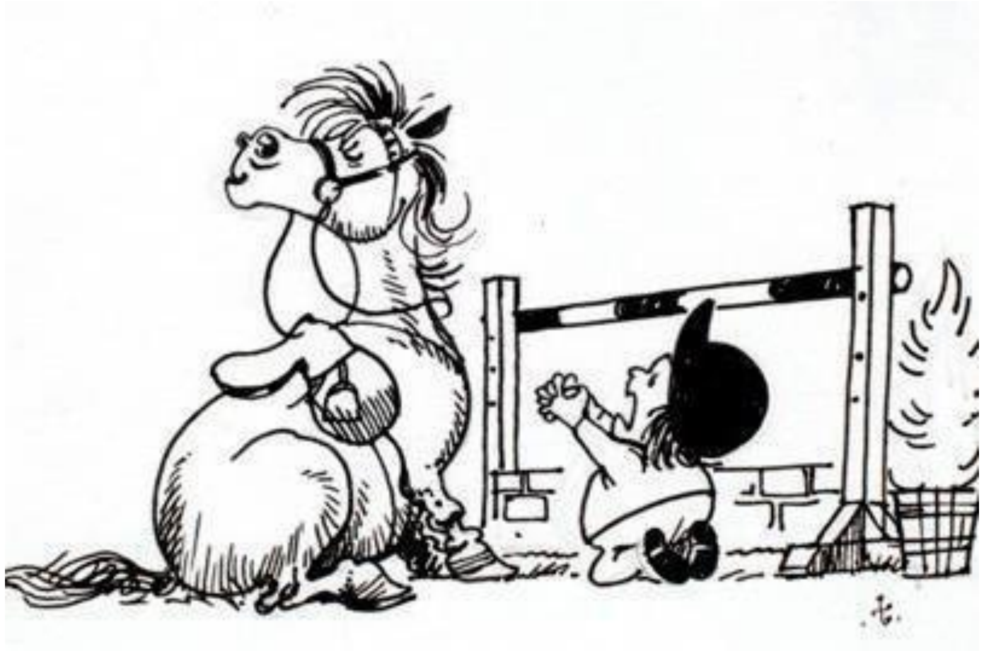
Partie entière			Partie décimale		
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
	3	7 ,	6	1	8

$$37{,}618 = 37 + 0{,}618 = 37 + \frac{618}{1000}$$

Partie entière — Partie décimale

Un **nombre décimal** peut s'écrire comme la **SOMME** de sa **partie entière** et sa **partie décimale**

3- Les obstacles (mauvaises représentations)



Des obstacles liés aux règles que se créent les élèves

Pour comparer deux nombres

s'ils n'ont pas le même nombre de chiffres

Le plus grand est celui qui a le plus de chiffres.

764 < 6 565

3 chiffres 4 chiffres

Des obstacles sont liés à ce qui est dit, ou aux règles que les élèves se créent au cycle 2.

Par exemple :

Pour **comparer deux nombres**

s'ils n'ont pas le même nombre de chiffres

Le **plus grand** est celui qui a **le plus de chiffres.**

764 < 6 565

3 chiffres 4 chiffres

Cette règle appliquée aux nombres décimaux donne :

23,2 < 17,183

Des obstacles liés à la nature des ensembles …

Des obstacles liés au passage du travail sur les entiers au cycle 2 au travail sur les décimaux au cycle 3.

Ces **ruptures** peuvent être liées à la nature des ensembles des entiers et décimaux et ne peuvent donc être évitées :

~~*Le nombre qui suit 6,12 est 6,13*~~

- Entre deux nombres décimaux différents on peut toujours trouver un nombre décimal.
  Entre 6,12 et 6,13, il y a 6,124.

Des obstacles liés à la nature des ensembles …

- La difficulté peut également venir du vocabulaire dixième et centième, que les élèves confondent avec dizaine et centaine

Exemple d'erreur qui en résulte

$$\frac{7}{10} < \frac{7}{100}$$

« car les dixièmes c'est plus petit que les centièmes »

… et d'autres non

Quelques erreurs fréquentes :

- 1,7+2,12 = 3,19 au lieu de 3,82
- ¼ = 1,4 au lieu de 0,25
- 3 x 2,7 = 6,21 au lieu de 8,1
- 6,32 < 6,173 car 32 < 173 au lieu de 6,32 > 6,173 car trois dixièmes est supérieur à un dixième

<u>Conception erronée fréquente</u> : la virgule sépare la partie entière de la partie décimale, le nombre décimal écrit avec une virgule comme deux entiers séparés par une virgule.

Cette conception erronée est encouragée par **l'usage social des nombres décimaux :**

▪ dans 7,35 €, la virgule « sépare » les euros et les centimes d'euro et on le lit « 7 euros 35 » ;

▪ dans 1,73 m, la virgule « sépare » les mètres et les centimètres ;

▪ dans 3,250 kg, la virgule « sépare » les kilogrammes et les grammes.

Mais les choses deviennent plus compliquées dès que des calculs sont effectués à la calculatrice :

▪2 × 7,35 € = 14,7 € ⟶ Comment interpréter ce 7 ?

▪2,7 cm ÷ 2 = 1,35 cm ⟶ Comment interpréter ce 35 ?

Multiplier par 10,100, 1 000 un nombre décimal

Retour sur une erreur fréquente :

17,42 x 10 = 17,420   ou   17,42 x 10 = 170,42

- « Pour multiplier par 10, il faut ajouter un zéro

456 × 10 = 4560. »

✓ « Quand on multiplie un nombre par 10, il devient 10 fois plus grand, chacun de ses chiffres prend une valeur 10 fois plus grande, le chiffre des unités devient donc le chiffre des dizaines

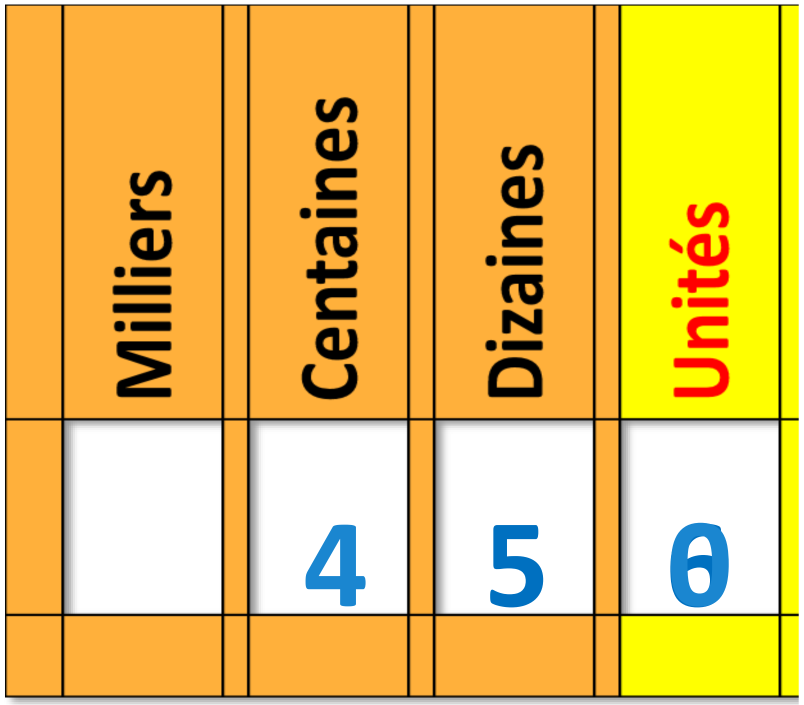
456 × 10 = 4560. »

Le glisse-nombre

Multiplier par 10,100, 1 000 un nombre décimal

- ✓ Favoriser l'usage du « glisse-nombre »

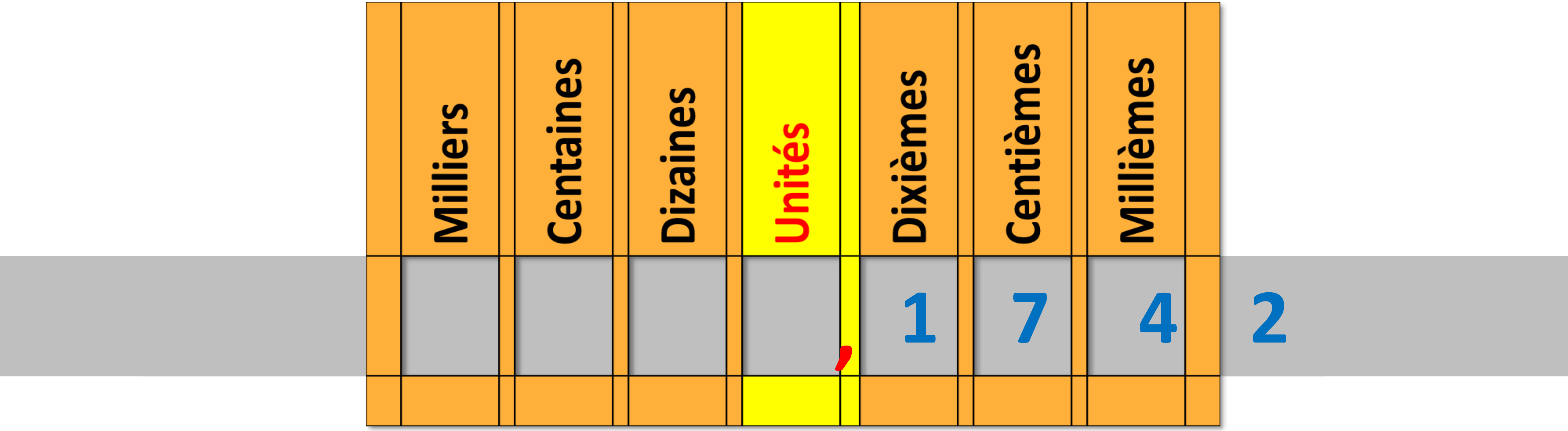
456 × 10 = 4560



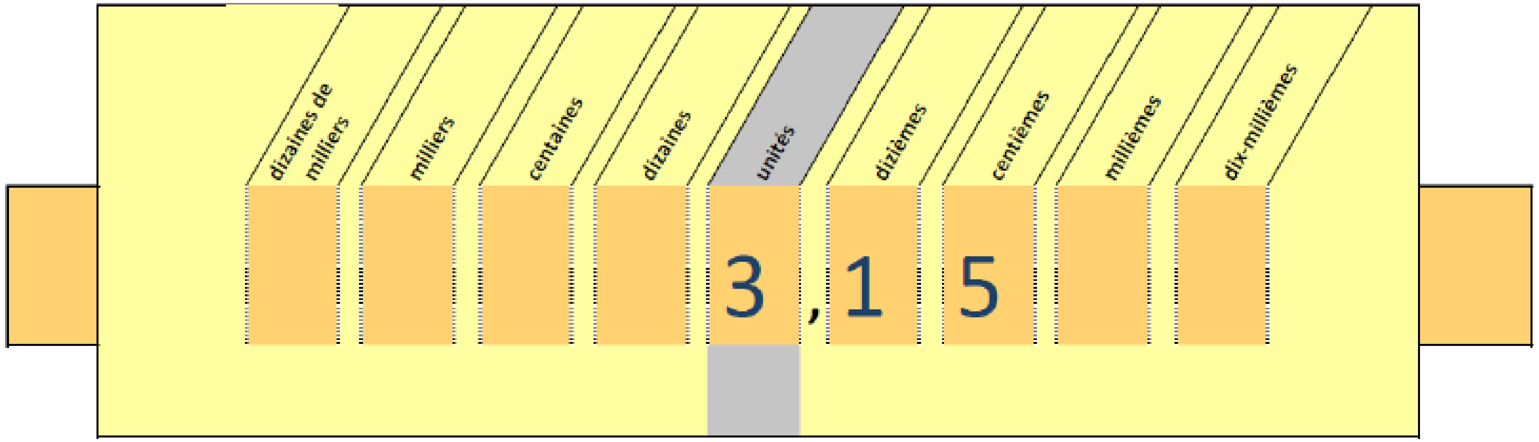
Multiplier par 10,100, 1 000 un nombre décimal

- ✓ Favoriser l'usage du « glisse-nombre »

17,42 × 10 = 174,2



Le glisse-nombre



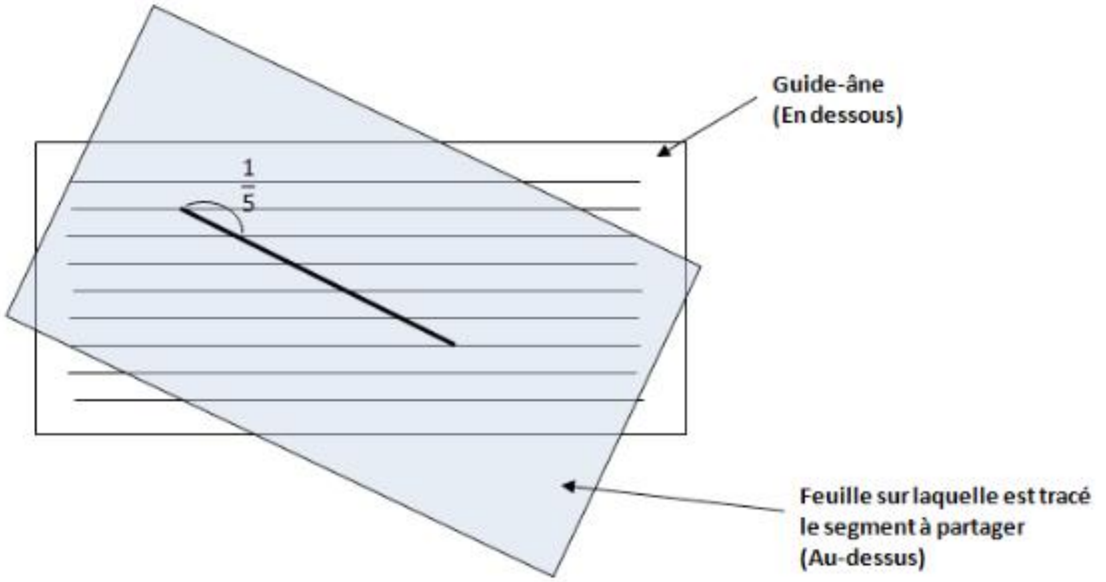
→ peut être utilisé dès le cycle 2 (version simplifiée) pour la multiplication par 10
→ outil pour la classe ou de manière individuelle

Cf Document Eduscol (pdf à imprimer)

Liens vers glisse-nombre interactif :
http://www4.ac-nancy-metz.fr/ien-gerardmer/glisse-nombre/
https://mathix.org/glisse-nombre/index.html

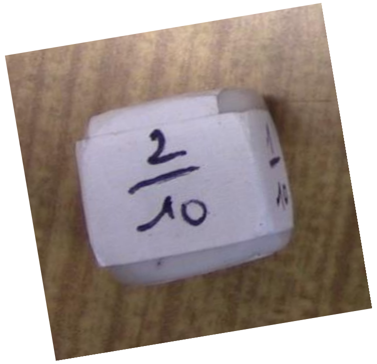
Le guide-âne

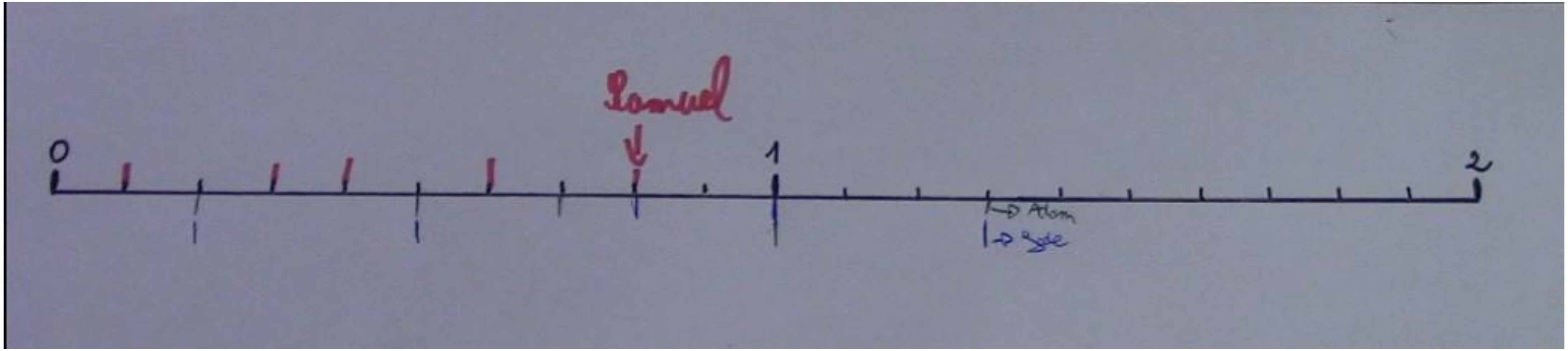
Exemple de partage d'un segment en 5 segments de même longueur :



Vidéo Les Fondamentaux
Vidéo MHM

Une situation de référence : La course aux dixièmes





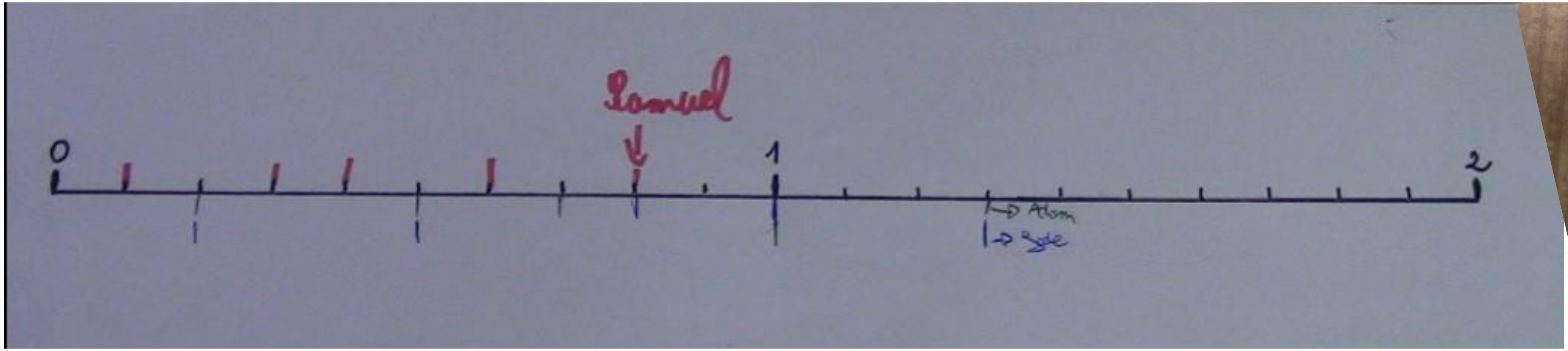
Cette activité est librement inspirée du « jeu du banquier » souvent utilisé en cycle 2. Les échanges, qui étaient alors pratiqués avec la banque, sont cette fois remplacés par la matérialisation sur une demi-droite graduée de l'avancée de chaque joueur, d'où ce choix du nom de l'activité.

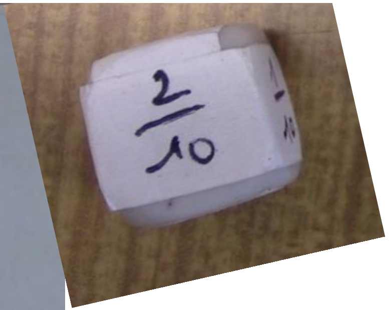
Déroulement de l'activité

Cette activité se présente sous la forme d'un jeu évolutif, travaillé sur plusieurs séances et permettant la différenciation. Les niveaux de jeu sont calibrés grâce à deux variables :

- le matériel utilisé : nombres de dés et faces des dés différentes.
- le mode de représentation de l'avancée des joueurs. (demi-droite graduée individuelle, bande collective)

L'enseignant commence par expliquer les règles du jeu, en précisant à chaque séance, les spécificités pour chaque niveau.





Règles du jeu

Le jeu se déroule en groupe de 4 à 5 joueurs. Chacun leur tour les élèves tirent les dés. Chaque élève obtient un nombre exprimé en dixièmes.
Après chaque tirage, l'élève plie ce résultat sur sa bande individuelle avant de reporter où il est arrivé sur la demi-droite commune avec le feutre correspondant à sa couleur.

Le gagnant est celui qui va le plus loin en 5 lancers.

Mise en situation

-> 5 groupes de 3-4 enseignants

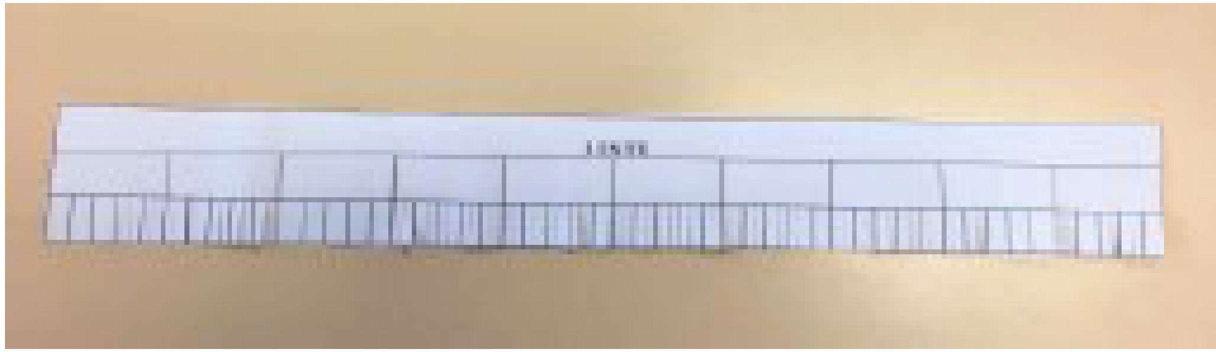
Consigne :

1. Découvrir le jeu librement
2. Imaginer une séquence progressive à partir de ce jeu par l’ajout de contraintes, nouvelles règles,…

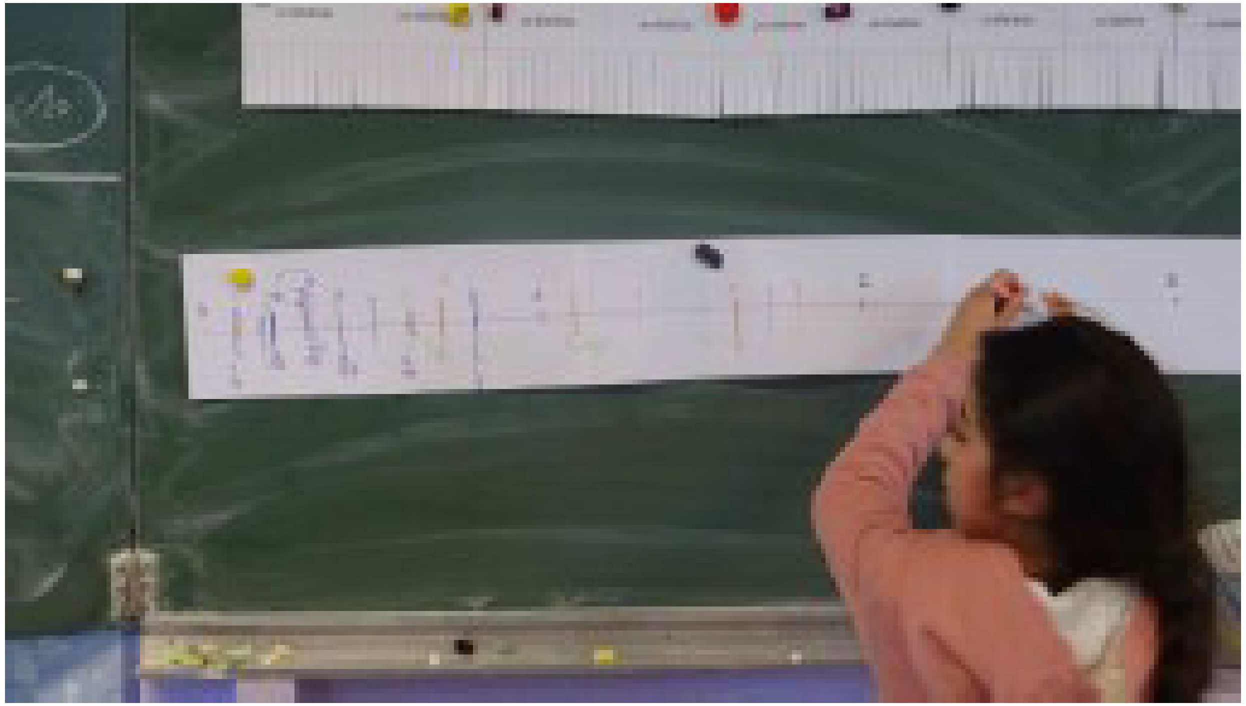
Première analyse
Lien entre la démarche et les outils

L'idée de cette situation est de permettre aux élèves de manipuler pour construire du sens, des concepts, des images mentales : sens des différentes unités, ordres de grandeur, relations de pondération (multiplier ou diviser par 10, 100, 1000), relations entre les différentes unités… Elle permet également d'accéder progressivement à des représentations du nombre :

- à partir de bandes-unités manipulables et d'une demi-droite graduée « à la même échelle »

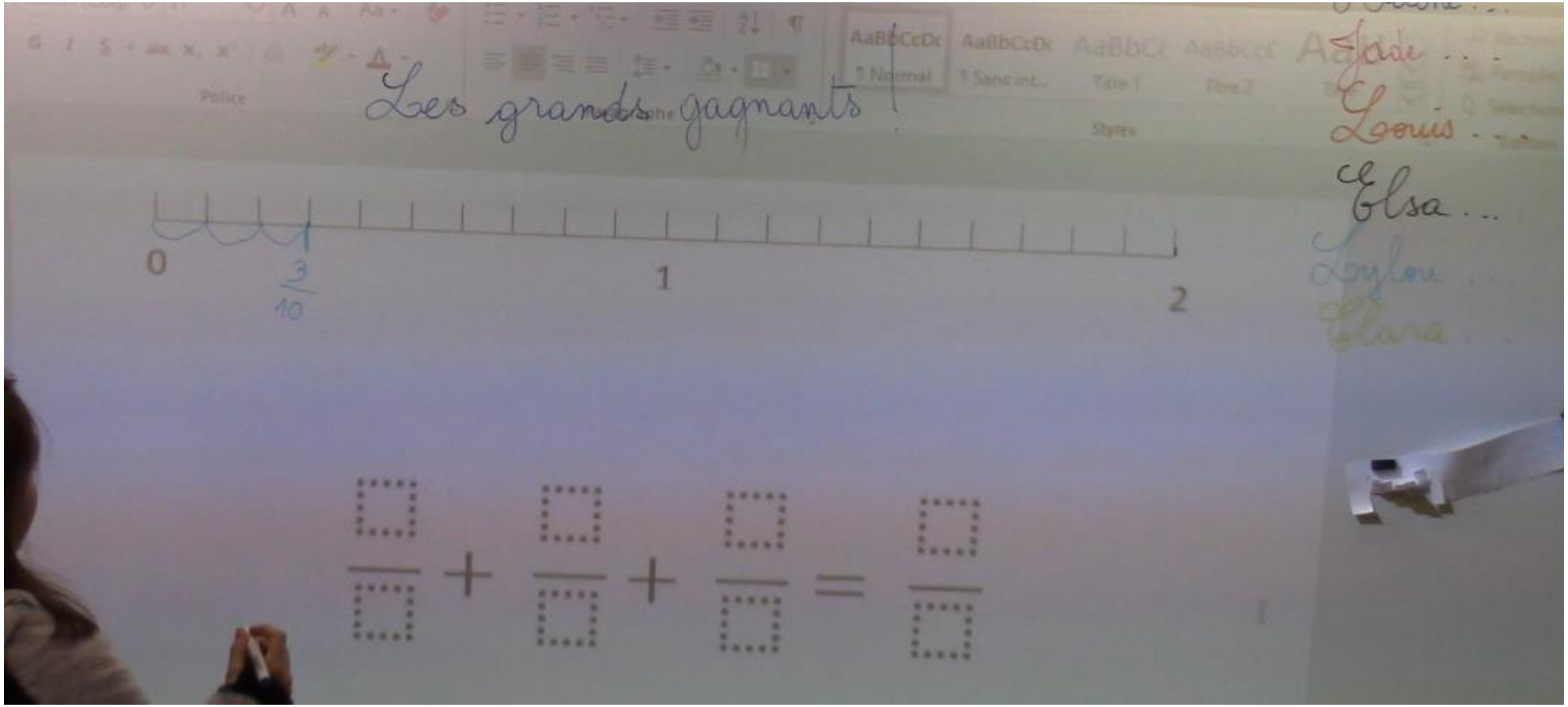


- puis sur demi-droite graduée collective



- pour arriver enfin à désigner des nombres par des représentations symboliques,

- et à manipuler ces écritures chiffrées dans le calcul en ligne.



- Vidéo Procédure report sur la ligne graduée
- Vidéo Formalisation

Démarche

*1) L'élève **manipule** et fait des échanges avec le matériel pour percevoir, sentir les relations entre les différentes catégories : pour avoir 1, il faut dix dixièmes - pour avoir 1, il faut cent centièmes - dix centièmes c'est un dixième…*
*2) L'élève **mentalise** ces relations et construit l'idée de pondération, d'ordre de grandeur et le sens de la conversion (10 fois plus, 10 fois moins, 100 fois plus…),*
*3) L'élève **utilise l'écrit** mathématique comme support de réflexion / représentation mathématique,*
*4) A l'**oral**, L'élève utilise en situation de jeu les désignations orales des nombres.*

Rôle de l'enseignant :

Etayage important de l'enseignant, verbalisation des procédures par les élèves,…

Progressivité	Dispositif	Objectif	Commentaires/illustrations
Séance 1	- Dé avec faces : 2 faces 1/10, 2 faces 2/10, 2 faces 3/10 - 1 bande unité par élève avec volets 1/10 jusque 2 - 1 bande graduée par groupe (même échelle que la bande unité individuelle - Grande bande collective projetée	Avancer sur une ligne graduée en dixième d'une unité	Cf Vidéos précédentes
Séance 2	- Idem séance 1 - Nouveau dé avec faces : x2, + 1/10, -1/10	Avancer sur une ligne graduée en dixième d'une unité à partir de calculs	Vidéos différentes phases de la séance Difficulté pour les élèves de basculer d'un nombre de dixièmes donné à un nombre d'unités complètes + un nombre de dixièmes
Séance 3	Activité décrochée sur les différentes décompositions des fractions décimales	Comprendre la valeur d'une fraction décimale supérieure à 1 et ses différentes écritures possibles	Vidéos Les différentes représentations (fleur du nombre) se construisent progressivement
Séance 4 envisagée	Idem séance 2 Evolution du dé vers 1/100	Avancer sur une ligne graduée en dixième et en centième de l'unité	

En lettres

cinq dixiéme

Décomposition

$0 + \frac{5}{10}$

Ecriture fractionnaire

$\frac{5}{10}$

Ecriture décimale

0,5