

Le nombre à l'école maternelle: *S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves*

Mercredi 11 décembre 2019

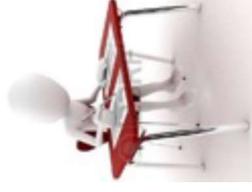
Circonscriptions de Boulogne 1 et Boulogne 2

Karine Vieque

Conseillère Pédagogique Départementale en Mathématiques (62)

Doctorante en Didactique des mathématiques – Laboratoire LDAR

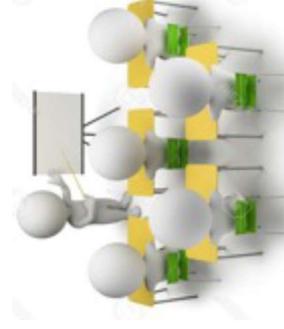
La didactique des mathématiques



« Elève »



Itinéraires cognitifs
(progressions)



Pratiques enseignantes

Savoirs et connaissances



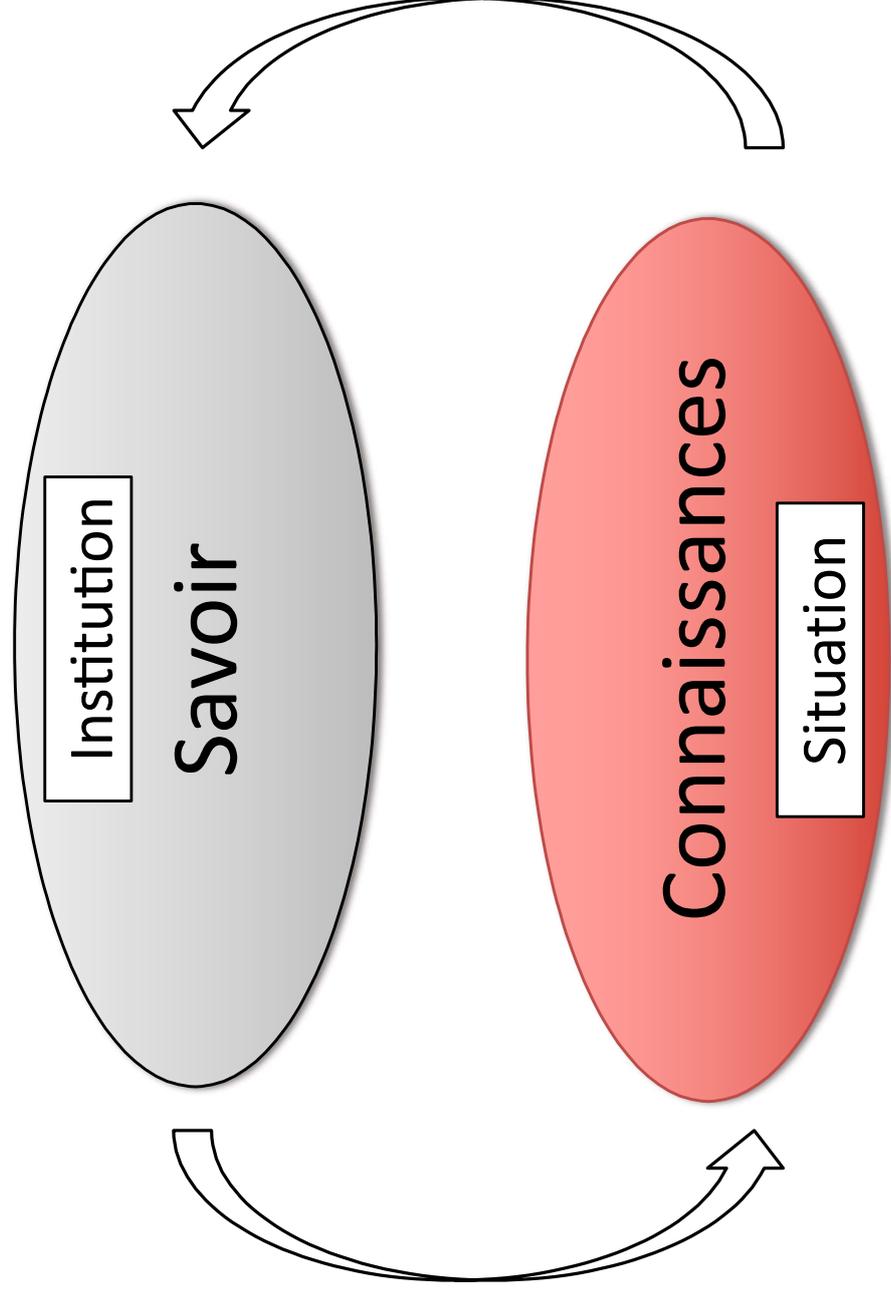
Vergnaud

« Le **savoir** se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de **situations à maîtriser** [...], les conceptions des élèves sont façonnées par les situations qu'ils ont rencontrées.

Vergnaud



Guy Brousseau



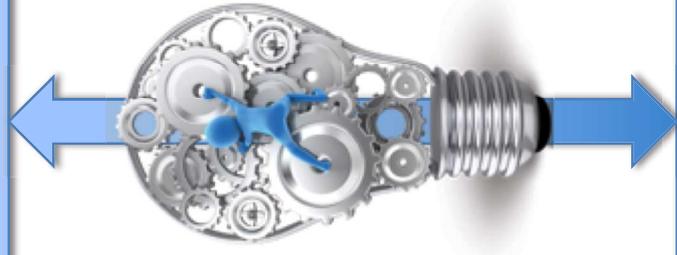


Guy Brousseau

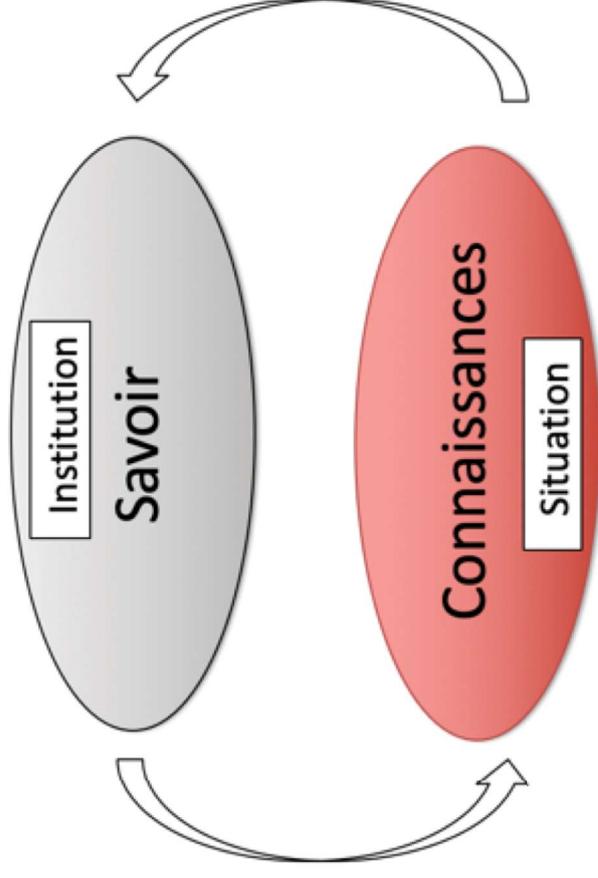


Processus d'apprentissage

Apprentissage par acculturation



Apprentissage par adaptation



Savoirs et connaissances



Guy Brousseau



Apprentissage par acculturation



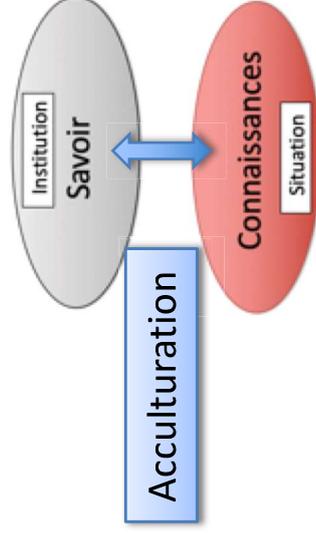
- L'enseignant **expose le savoir**, par un texte oralisé.

la suite orale des
nombres



- L'enseignant s'assure que ce savoir pourra **engendrer** des « **connaissances en situation** » (répétition, changement de contextes, ...)

Compter les présents,
les absents, les
pinceaux, les crayons,
les goûters, comptines



- L'acculturation est une tentative de réduction de l'écart savoir / connaissances

Des chansons pour apprendre à compter



Exemple de situation d'apprentissage par acculturation

9

Niveau de classe

PS et MS.

Période

À partir de la période 4 en PS ; dès la période 1 en MS.

Organisation

Rituel en regroupement.

La chanson des nombres

Présentation de l'activité aux élèves

Aujourd'hui, nous allons dire la chanson des nombres jusqu'à sept. Je dis et vous répétez.

Sept...
Sept.

Six, sept...
Six, sept.

Cinq, six, sept...
Cinq, six, sept.

Quatre, cinq, six, sept...
Quatre, cinq, six, sept.

Trois, quatre, cinq, six, sept...
Trois, quatre, cinq, six, sept.

Deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Encore une fois :

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Précisions sur le déroulement

- Cette façon de présenter la chanson des nombres permet de faire entendre souvent et en premier la partie la plus difficile, celle que les élèves ne connaissent pas encore bien. Si on commence toujours la comptine à partir de « un », l'essentiel du temps est consacré à redire ce qu'on sait déjà. En outre, cette présentation aide à la segmentation de la chaîne orale : commencer parfois à huit indique que "sept-huit" est constitué de deux mots-nombres différents.
- Ce moment de répétition peut être quotidien mais très bref (à peine une minute trente pour l'exemple décrit ici, évidemment un peu plus quand on va plus loin dans la suite des nombres). Dans une classe de PS-MS, on peut profiter du passage aux toilettes des petits avec l'ATSEM pour effectuer ce travail avec les moyens en poursuivant la chanson plus loin qu'on ne le fait avec les petits. Cela permet de marquer auprès des moyens qu'ils savent des choses que les petits ne savent pas, et évite de donner pour les petits une importance exagérée au fait de savoir réciter la comptine des nombres loin.
- Quand l'enseignant veut savoir quelle connaissance de la comptine a un élève, il lui demande de la réciter seul plusieurs fois (en partant de un) et observe jusqu'où la comptine est dite sans erreur à chaque fois.
- La fiche proposée comme trace pour les parents (voir page suivante) est mise à jour au fur et à mesure des progrès de l'élève en coloriant en vert la zone connue. Sur cette fiche figurent les nombres jusqu'à 20 ; cela ne signifie pas qu'il faut enseigner la comptine jusque-là, il s'agit seulement d'indiquer que la comptine se poursuit très loin.



Déplacement de l'attention

Commencer par la partie la plus difficile

Mémorisation

Moments de répétition quotidiens mais très brefs



Apprentissage par adaptation

La dévolution

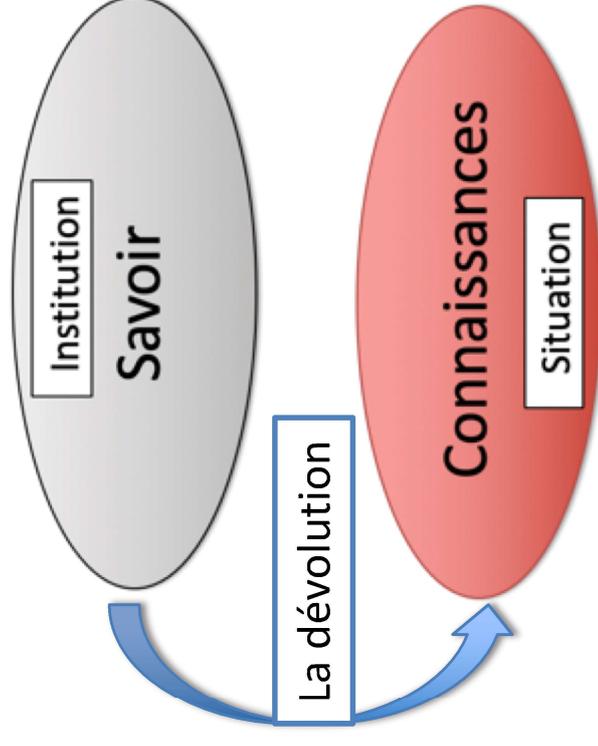
- Le savoir est dans un premier temps « caché » aux élèves.
- La dévolution doit permettre à l'élève de s'engager dans la recherche: il essaie par tous les moyens à sa disposition de réaliser le but dont on lui a fait la dévolution.

Rôle de l'enseignant:

- suspendre son action directe pendant un temps pour **observer les procédures de ses élèves**, intervenir pour (faire) expliciter les raisonnements, les démarches



Guy Brousseau



ACTION

MANIPULATION

Savoirs et connaissances



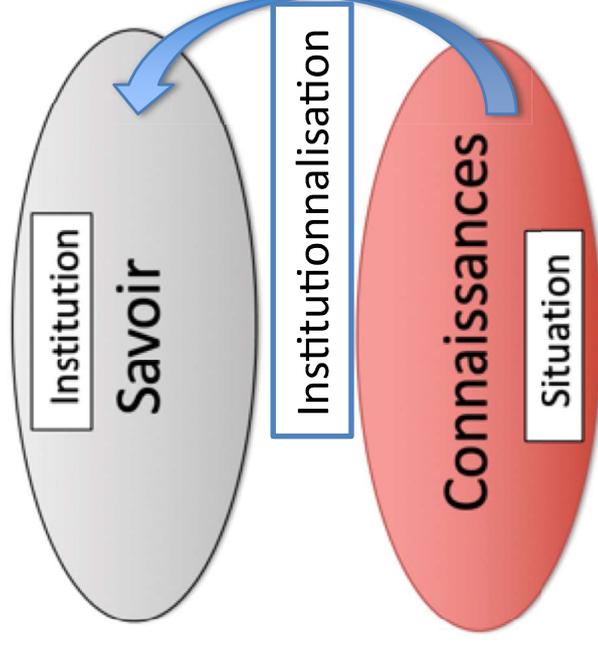
Guy Brousseau



Apprentissage par adaptation

Processus d'institutionnalisation

Le processus d'institutionnalisation consiste à rapprocher progressivement les connaissances en situation du savoir dans l'institution mathématiques



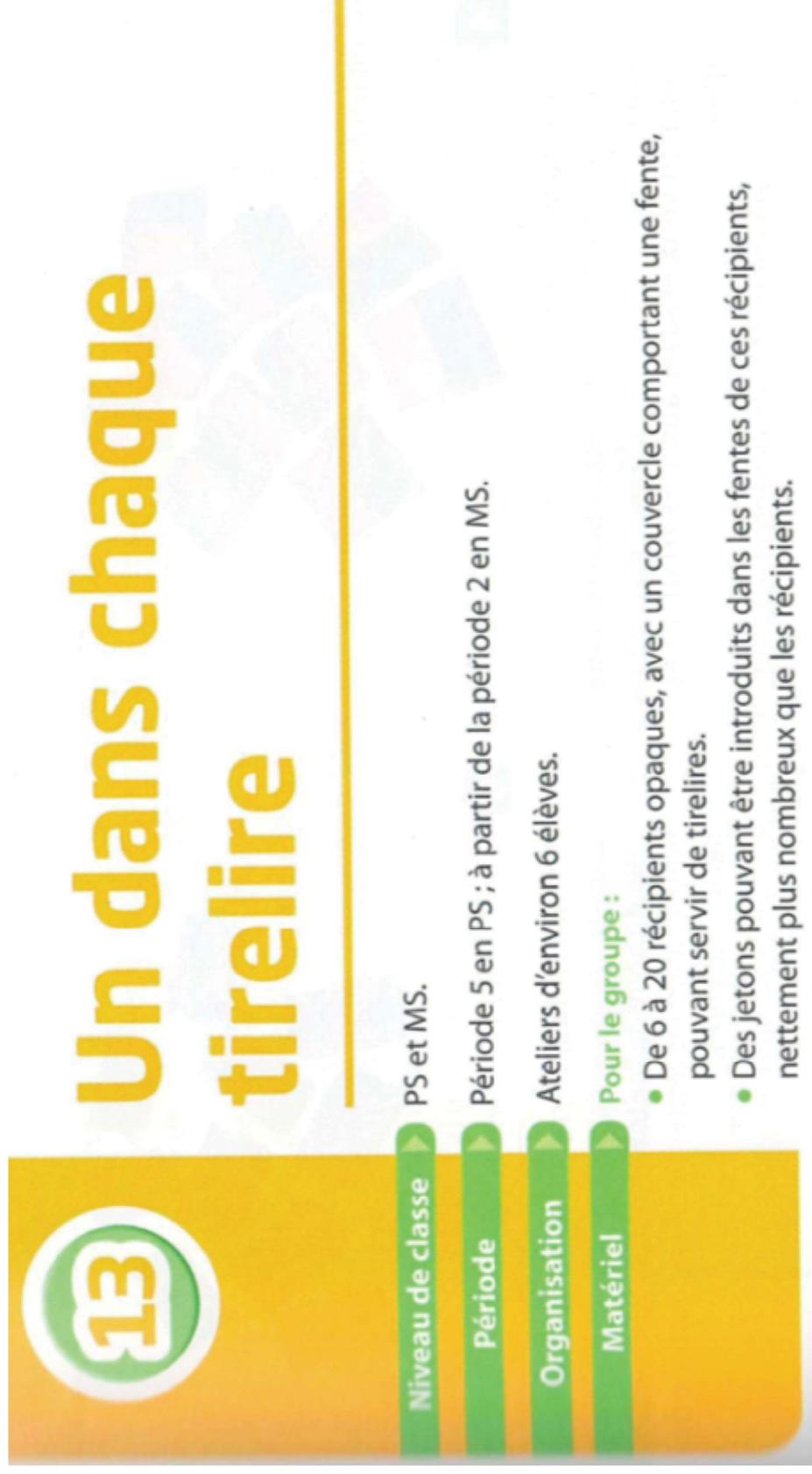
Rôle de l'enseignant

- **Verbaliser les démarches** pour réussir la tâche
- **Formuler**, transmettre les **connaissances utiles**
- Formaliser le savoir

VERBALISER

ABSTRAIRE

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Un dans chaque tirelire

13

- Niveau de classe ▶ PS et MS.
- Période ▶ Période 5 en PS ; à partir de la période 2 en MS.
- Organisation ▶ Ateliers d'environ 6 élèves.
- Matériel ▶ **Pour le groupe :**
 - De 6 à 20 récipients opaques, avec un couvercle comportant une fente, pouvant servir de tirelires.
 - Des jetons pouvant être introduits dans les fentes de ces récipients, nettement plus nombreux que les récipients.

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Présentation de l'activité aux élèves



1 Pour ce jeu, nous avons des boîtes et beau-
coup de jetons.



2 Pour gagner à ce jeu, il faut mettre exacte-
ment un jeton dans chaque boîte, comme ça.

Favoriser la compréhension de la consigne
Explicitation des règles du jeu en appui sur le support matériel

Apprentissage par adaptation, exemple de situation

Une situation : « un dans chaque tirelire »



S'il y a une boîte sans jeton, comme ça, c'est perdu.



S'il y a deux jetons dans la même boîte, comme ça, c'est perdu.

Simulation VISUELLE de la réussite au jeu proposé
(réussite de la tâche)

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Jules, tu veux essayer de mettre les jetons comme il faut pour gagner... bravo, tu as réussi !

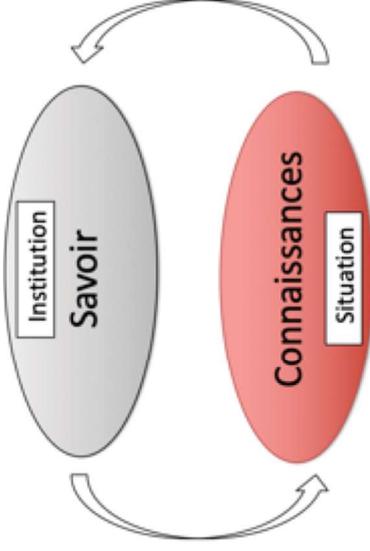
Léna, tu veux essayer aussi ? Parfait, tu as réussi.



Vérifier la compréhension de la consigne: faire faire un exemple par les élèves

Apprentissage par adaptation, exemple de situation

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Mise en activité:

Se mettre à la place de l'élève et jouer. Trouver **deux procédures possibles.**

Quelles sont les **connaissances utiles** à l'élève pour réussir cette première phase du jeu?



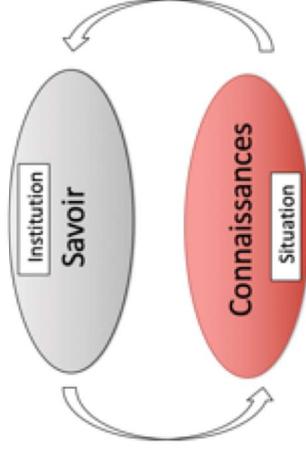
5 minutes

| | Procédures | Connaissances utiles |
|---|------------|----------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |



Apprentissage par adaptation, exemple de situation

Une situation : « un dans chaque tirelire »



| | Procédures | Connaissances utiles |
|---|--|--|
| 1 | Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. Erreurs possibles: en oublier, en mettre deux dans une tirelire | Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme |
| 2 | | |

Une situation : « un dans chaque tirelire »



| | Procédures | Connaissances utiles |
|---|--|--|
| 1 | Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. Erreurs possibles: en oublier, en mettre deux dans une tirelire | Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme |
| 2 | Organiser les tirelires en lignes Prendre un jeton à la fois et le placer dans chacune des tirelires | Idem procédure 1 + Savoir organiser une collection d'objets |
| | | |

Une situation : « un dans chaque tirelire »



| | Procédures | Connaissances utiles |
|---|--|--|
| 1 | Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. Erreurs possibles: en oublier, en mettre deux dans une tirelire | Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme |
| 2 | Organiser les tirelires en lignes Prendre un jeton à la fois et le placer dans chacune des tirelires | Idem procédure 1 + Savoir organiser une collection d'objets |
| 3 | Dénombrer la quantité de tirelires La mémoriser Réaliser une quantité de jetons équivalente. Mettre un jeton par tirelire. Valider | Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure numérique Savoir quantifier une quantité par une procédure de comptage. |

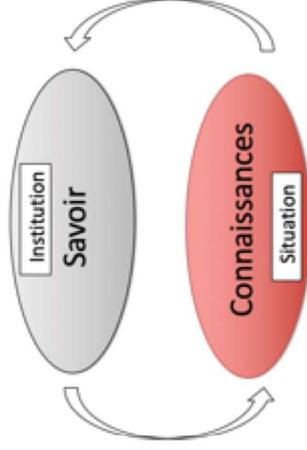
Apprentissage par adaptation, exemple de situation

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Utiliser le nombre comme outil pour résoudre le problème posé. Produire une collection d'objets qui a « **même quantité que** » / « **même cardinal** » qu'une autre collection d'objets

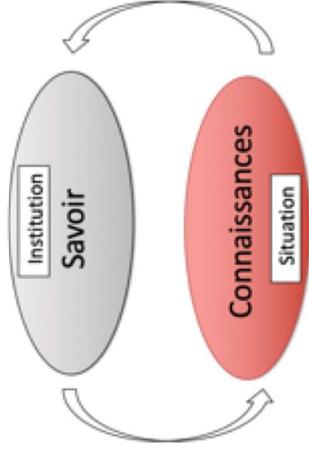
Savoir que la quantité d'une collection d'objet ne change pas si on modifie la disposition spatiale des objets, ou la nature des objets



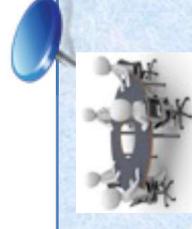
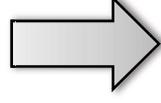
Où est l'adaptation ?

Apprentissage par adaptation, exemple de situation

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Savoir que la quantité d'une collection d'objet ne change pas si on modifie la disposition spatiale des objets, ou la nature des objets



Mise en activité:

Quelle **variable didactique** provoque un **apprentissage par adaptation**?

Comment amener l'élève à passer



procédure 2

procédure 1



Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »

Une situation : « un dans chaque tirelire »



Apport d'une contrainte =
Variable: Cacher
ce qui est dans la tirelire



6



Attention ! maintenant que vous avez bien compris ce qu'il faut faire, ça va devenir plus difficile. Je mets des couvercles sur les boîtes ; avec les fentes, cela fait comme des petites tirelires.

La **perception visuelle** ne suffit plus....

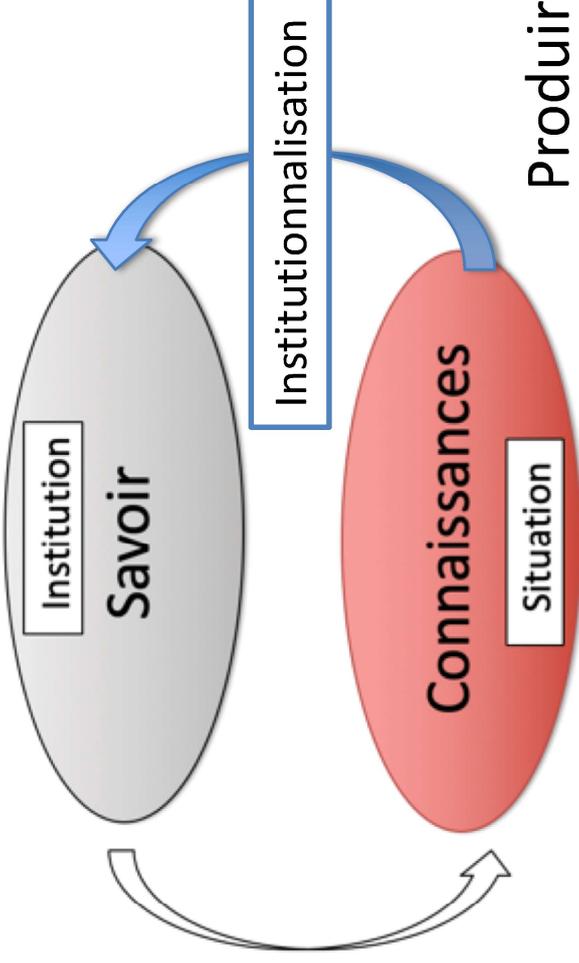
Nécessité de **s'adapter**, de **construire une autre procédure**

L'**adaptation** va permettre de **construire une nouvelle connaissance**

Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »

Une situation : « un dans chaque tirelire »

Avoir compris que le cardinal d'une collection d'objets ne change pas si on modifie la nature des objets, ou encore la disposition spatiale

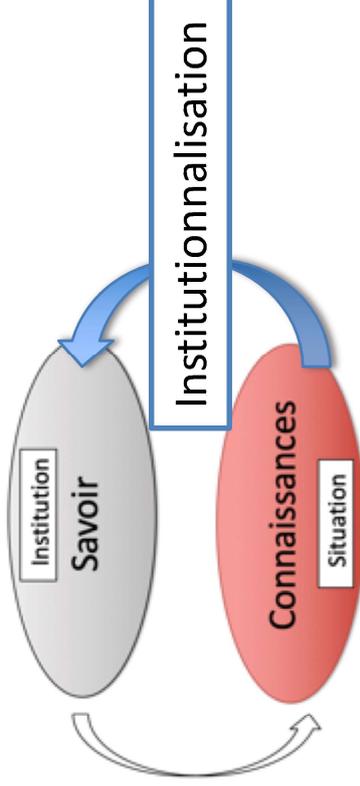


Produire une collection d'objets qui a
« même quantité que »
« même cardinal que »

Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »



Une situation : « un dans chaque tirelire »



Rôle de l'enseignant :
Formuler les savoirs en jeu

Exemples de formulation des savoirs par l'enseignant

- Pour gagner, je mets un jeton dans une tirelire et je pose cette tirelire loin des autres. Puis je mets un jeton dans une autre tirelire et je la pose à côté de la première, etc.
- Pour gagner, je peux mettre les tirelires en ligne. Ensuite je mets les jetons en commençant par un bout de la ligne.
- Quand je ne peux pas déplacer les tirelires (voir prolongements ci-dessous), je les regarde bien : quelquefois elles forment déjà des lignes. Je peux mettre les jetons en suivant ces lignes.

Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »



Une situation : « un dans chaque tirelire »

Rôle de l'enseignant:
Re-proposer la même situation aux élèves, puis ses variantes

Prolongements et variantes

Quand tous les élèves du groupe savent utiliser facilement une procédure, la règle pour les pousser à aller plus loin.

Si les savoirs formulés ci-dessus apparaissent dans l'ordre indiqué, la règle interdira donc de déplacer les tirelres au moment où on met le jeton, puis de les déplacer à n'importe quel moment.

Quand les tirelres ne peuvent pas être déplacées, il faut structurer mentalement la collection pour y voir des configurations : « Je vais remplir d'abord cette ligne, puis celle-ci, je vais remplir ce paquet, puis celui-ci, puis celui-là. »

- Pour cela, quand on mettra en place cette dernière version de la règle du jeu, on placera les tirelres dans des configurations faciles à structurer, par exemple celles-ci :



- Ensuite, on proposera des configurations moins organisées comme la suivante. On invitera alors les élèves à montrer avec le doigt le parcours qu'ils vont utiliser, avant de placer les jetons.



Variables didactiques



Tirelres non déplaçables

Tirelres non déplaçables, mais organisées

Tirelres non déplaçables, non organisées



Une situation : « un dans chaque tirelire »

Variables



Vers la procédure 3

éloignement dans l'espace

éloignement dans le temps

communication à autrui

Effet sur l'élève / Adaptation

Utiliser une collection intermédiaire
(doigts, comptine orale...)
Comparaison indirecte

Coder une collection intermédiaire
(dessin, code écrit...) (GS)

On ne porte plus la totale
responsabilité de la réussite au jeu
Segmentation de la tâche



Guy Brousseau

Apprentissage par acculturation et adaptation :

➤ Deux mouvements complémentaires du plan didactique

- La Théorie des Situations Didactiques considère les deux mouvements (adaptation/acculturation) comme nécessaires

Apprentissage par acculturation



Apprentissage par adaptation

- Brousseau a privilégié **l'adaptation en situation** mais il a toujours considéré que l'enseignement par adaptation n'était pas nécessaire pour tous les savoirs mathématiques.



Programmes

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois

- **d'exprimer des quantités** (usage cardinal)
- **d'exprimer un rang ou un positionnement** dans une liste (usage ordinal)

Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à de **nombreuses situations** impliquant des activités numériques et pré-numériques.

Points de vigilance

L'élève (même s'il a réussi) doit être confronté de nombreuses fois à la **même situation**.



Construction du nombre

Dans l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, il convient de:

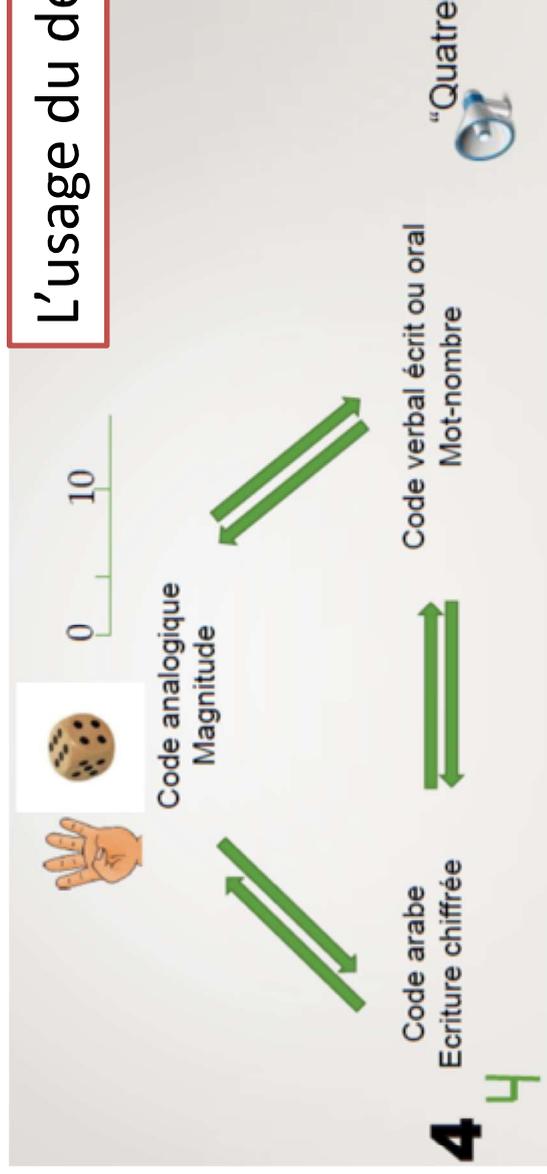
- *faire construire le nombre pour exprimer les **quantités**,*
- *stabiliser la connaissance des petits nombres*

L'enseignant favorise le **développement très progressif** de chacune de ces dimensions pour contribuer à la **construction de la notion de nombre**.

Construction du nombre

La **construction du nombre** s'appuie sur

La notion de quantité



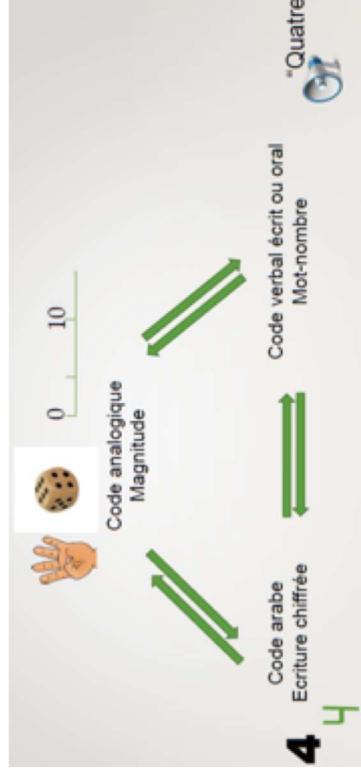
L'usage du dénombrement

sa codification
écrite

sa codification
orale

L'acquisition de la suite orale
des nombres

Construction du nombre



Chez les jeunes enfants, ces apprentissages

se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner

l'enfant peut, par exemple:

- savoir réciter assez loin la comptine numérique
- sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

Construction du nombre

Nombre objet

Objet d'apprentissage

Apprentissage par
acculturation

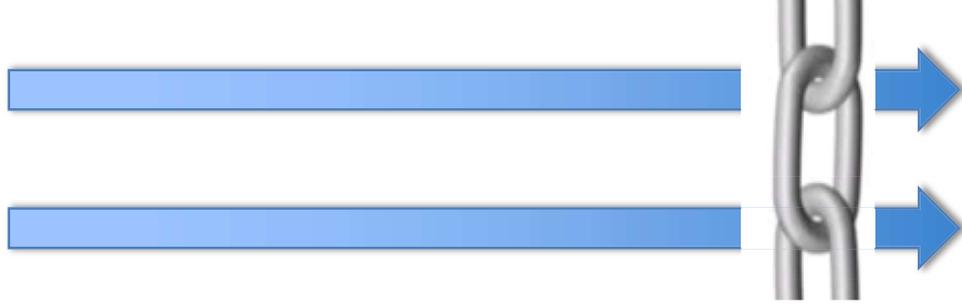
*savoir réciter assez loin la
comptine numérique*

Nombre outil

Outil utile pour résoudre un
problème

Apprentissage par
adaptation

*savoir l'utiliser pour
dénombrer une collection*



Les **savoirs** qui font l'objet d'une **adaptation**

La « **quantité** » et la « **position** » se définissent comme
connaissances en **situation** :

« Avoir même quantité que » / « avoir même position » :

ont un **sens** d'abord **dans une situation**
puis dans des situations similaires



Questions posées par les didacticiens

Délimitation du domaine d'enseignement du nombre à la maternelle

- Une décision des programmes: sans s'interdire de traiter des nombres plus grands, **assurer la connaissance des nombres jusqu'à dix.**

Comment découper le savoir à enseigner ?

- Prendre appui sur des **situations de référence**
- **Situations « pré-numériques »**: construction, exploration et **désignation de collections**: l'énumération, le tri, l'ordre.
- **Situation numériques: enseignement de la quantité, de la cardinalité et de l'ordinal**, l'exploration de situations de composition: décompositions additives

Le concept de collection

Des collections

Les élèves de la classe



Codage des collections

Les élèves de la classe

Désigner les élèves par leur prénom, à l'oral

Étiquettes photos

Étiquettes prénoms

Collection équivalente du point de vue de la quantité, mais non identiques

TPS-PS





Choisir une situation d'apprentissage

Caractéristiques des situations d'apprentissage par adaptation

- La consigne définit un **but à atteindre** que l'élève peut comprendre avec des connaissances plus élémentaires que celles nécessaires à la résolution du problème.
- L'élève peut s'engager dans la résolution du problème sans disposer de la connaissance visée (mais existence d'une stratégie de base)
- La situation comporte **des rétroactions** permettant à l'élève de **se rendre compte par lui-même qu'il a réussi ou échoué.**
- La **vérification du résultat** peut donner à l'élève des informations sur **ce qu'il faut faire pour réussir**



L'analyse a priori en didactique des mathématiques

L'analyse a priori donne une démarche à l'enseignant pour analyser une situation avant de la proposer à ses élèves

Démarche pour l'analyse d'une situation:

- Identifier le **savoir en jeu**
- Identifier les **procédures justes** que les élèves peuvent mettre en œuvre
- Identifier les **erreurs prévisibles**
- Identifier les **modes de validations** possibles
- Déterminer les **variables de la situation**



Pour le professeur: points de vigilance

Le matériel proposé, une variable importante dans les situations configuration modifiable ou non modifiable ?

Pour être à même de réaliser ce travail, le professeur doit donc pointer les connaissances:

- dans les situations à **configurations modifiables**: distinguer à tout moment ce qui est déjà traité (compté, etc...) et ce qui n'est pas encore traité
- dans les situations à **configurations non modifiables** : connaître les propriétés de l'espace graphique (lignes, colonnes) et leur usage pour savoir ce qui est déjà traité et ce qui n'est pas encore traité.

Construire des liens entre les situations

*S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur
les apprentissages des élèves*



Que retenir de cette partie ?



A retenir de cette partie :

S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves

Le nombre **OBJET**
D'apprentissage

Apprentissages
par **acculturation**

Le nombre **OUTIL**
pour réussir une tâche proposée par une situation

Apprentissage par **adaptation**

Adaptation par le **choix de variables**

Analyse a priori des tâches proposées aux élèves

Verbaliser

Formuler les savoirs
en jeu

Comment va faire l'élève?

Quelles **connaissances utiles** va-t-il mobiliser?

Quelle **connaissance à construire**?

Mieux intervenir auprès d'un élève